Департамент образования Вологодской области
бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Вологодской области
«ВОЛОГОДСКИЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ»

МЕТОДИЧЕСКИЕУКАЗАНИЯ

к практическим работам
по дисциплине Математика

2017 г

Рассмотрена на заседании предметно-цикловой комиссии общеобразовательных дисциплин и рекомендована для внутреннего использования

Данные методические указания предназначены для студентов специальностей БПОУ ВО «Вологодский строительный колледж» при выполнении практических работ по дисциплине Математика

Объем практических работ по дисциплине составляет **164** часа.

Автор:
Боровая Наталия Олеговна, преподаватель

СОДЕРЖАНИЕ

	стр
ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА	4
ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ	7
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ	11
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	180

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Настоящий сборник практических занятий предназначен в качестве методического пособия при проведении практических занятий по программе дисциплины Математика. Данный сборник практических занятий составлен в соответствии с учебной программой курса и предназначен для студентов средних специальных учебных заведений, ими могут воспользоваться лица, самостоятельно изучающие данную дисциплину.

Целью практических занятий является формирование практических умений, необходимых в последующей учебной и профессиональной деятельности.

Правила выполнения практических занятий

Аудиторная практическая работа выполняется по заданию преподавателя, и без его непосредственного участия.

При предъявлении видов заданий на аудиторную практическую работу преподаватель использует дифференцированный подход на индивидуальном уровне к студентам. Практическая работа может осуществляться индивидуально по группам обучающихся в зависимости от цели, объема, конкретной тематики, уровня сложности, уровня умений обучающихся.

Перед выполнением студентом аудиторной практической работы преподаватель проводит инструктаж по выполнению задания, который включает: цель задания, его содержание, сроки выполнения, ориентировочный объем работы, основные требования к результатам работы, критерии оценки. В процессе инструктажа преподаватель предупреждает студентов о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания.

В качестве форм и методов контроля аудиторной практической работы студентов использованы: оценка результатов выполнения проверочных работ, защита реферата, устный опрос, письменная проверка.

С целью получения высоких результатов использованы следующие виды заданий, которые дадут полноценный результат: практическая работа с книгой, журналом, газетой; подготовка сообщений, докладов, рефератов.

При выполнении работ студент должен изучить методические рекомендации по выполнению практической работы; подготовить ответы на контрольные вопросы. Все задания выполняются письменно (или устно), ответы на теоретические вопросы даются устно (слабоуспевающим студентам можно дать ответить на контрольные вопросы письменно для того, чтобы лучше запомнить теоретический материал).

Изучая теоретическое обоснование, студент должен знать, что основной целью изучения теории является умение применять ее при выполнении письменных заданий.

После выполнения работы студент должен представить отчет о проделанной работе с полученными результатами и устно ее защитить.

При отсутствии студента по неуважительной причине выполняет работу самостоятельно во внеаудиторное время и защищает на консультации

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ СТУДЕНТОМ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

«5» - за глубокое и полное овладение содержанием учебного материала, в котором обучающиеся легко ориентируются, за умение связывать теорию с практикой, высказывать и обосновывать свои суждения. Отличная отметка предполагает грамотное, логическое изложение ответа. Не влияют на оценку незначительные неточности и частичная неполнота ответа при условии, что в процессе беседы экзаменатора с экзаменуемым последний самостоятельно делает необходимые уточнения и дополнения.

«4» - если обучающийся полно освоил материал, владеет понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, грамотно излагает ответ, но содержание, форма ответа имеют отдельные недостатки.

«3» - если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности в определении понятий, не умеет доказательно обосновывать свои суждения.

«2» - если обучающийся имеет разрозненные, бессистемные знания, не умеет выделять главное и второстепенное, допускает ошибки в определении понятий, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал.

«1» - за полное незнание и непонимание учебного материала или отказ отвечать

ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

1	Целые и рациональные числа	1
2	**Входная контрольная работа за курс основной школы**	1
3	Действия с рациональными дробями и иррациональными числами	2
4	Действия с приближенными величинами	2
5	Действия с иррациональными и комплексными числами	2
6	Применение свойств корня	1
7	Решение простейших иррациональных уравнений и систем иррациональных уравнений	2
8	Преобразование рациональных выражений	1
9	Преобразование иррациональных выражений	2
10	**Контрольная работа «Свойства корней и степеней»**	**2**
11	Преобразование показательных выражений	1
12	Простейшие показательные уравнения и системы показательных уравнений	2
13	Простейшие показательные неравенства	2
14	Применение свойств логарифма	2
15	Преобразование логарифмических выражений	2
16	Логарифмические уравнения и неравенства	2
17	Решение логарифмических уравнений и неравенств	2
18	Решение систем логарифмических уравнений	2
19	**Контрольная работа «Преобразование показательных и логарифмических выражений, простейшие показательные, логарифмические уравнения»**	**2**
20	Взаимное расположение прямых в пространстве	1
21	Признак параллельности прямых	1
22	Признак параллельности плоскостей	1
23	Изображение пространственных фигур на плоскости	1
24	Признак перпендикулярности прямых	1
25	Теорема о трех перпендикулярах	2
26	Признак перпендикулярности плоскостей. Расстояние	2

	между скрещивающимися прямыми	
27	Преобразование симметрии. Движение в пространстве	2
28	Углы между скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью	2
29	**Контрольная работа «Прямые и плоскости в пространстве»**	**2**
30	Основные тригонометрические функции, основные тригонометрические тождества.	2
31	Формулы приведения	2
32	Формулы сложения	2
33	Формулы суммы и разности тригонометрических функций	3
34	Формулы двойного угла	3
35	Преобразование тригонометрических выражений	2
36	**Контрольная работа по теме «Основы тригонометрии»**	**2**
37	Прямоугольная система координат в пространстве	2
38	Формула расстояния между двумя точками	3
39	Векторы в пространстве	3
40	Действия над векторами в пространстве	2
41	**Контрольная работа по теме «Координаты и векторы в пространстве»**	**2**
42	Тригонометрические функции и их графики	1
43	Преобразование графиков	1
44	Преобразование графиков тригонометрических функций	1
45	Чётные и нечётные функции. Периодичность тригонометрических функций	1
46	Возрастание и убывание функций. Экстремумы функции	1
47	Исследование функций	1
48	Исследование тригонометрических функций	2
49	Решение примеров по теме: «Функции, их свойства и графики»	2
50	**Контрольная работа по теме «Функции, их свойства и графики»**	**2**

51	Призма. Площадь поверхности призмы	1
52	Параллелепипед и его виды. Площадь поверхности параллелепипеда	1
53	Пирамида и и усечен. пирамида. Площадь поверхности пирамиды и усечен .пирамиды	1
54	Сечения в кубе, призме. Сечения в пирамиде. Правильные многогранники	1
55	**Контрольная работа по теме «Многогранники»**	**2**
56	Равносильность уравнений, неравенств, систем	1
57	Решение рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств	2
58	Обратные тригонометрические функции. Простейшие тригонометрические уравнения	1
59	Тригонометрические уравнения, приводимые к квадратным уравнениям	2
60	Однородные тригонометрические уравнения	2
61	Решение систем тригонометрических уравнений	2
62	Решение тригонометрических неравенств	1
63	**Контрольная работа по теме «Тригонометрические уравнения и неравенства»**	**2**
64	Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра	1
65	Конус и усеченный конус. Площадь поверхности конуса и усеченного конуса	1
66	Шар, сечение шара плоскостью. Площадь поверхности шара и его частей	1
67	Решение задач «Тела вращения»	1
68	**Контрольная работа по теме «Тела и поверхности вращения»**	**1**
69	Понятие производной. Правила вычисления производных	
70	Производные степенной, логарифмической функций	1
71	Производные тригонометрической функций	1
72	Производная сложной функции	1
73	Геометрический смысл производной	1
74	Уравнение касательной	1
75	Механический смысл производной	1
76	Признаки возрастания(убывания) функции	1

77	Критические точки функции, максимумы и минимумы	1
78	Применение производной к исследованию функций	2
79	Решение примеров на исследование функций с помощью производной	2
80	**Контрольная работа по теме «Производная функции и ее применение»**	**2**
81	Объем призмы, параллелепипеда, пирамиды	1
82	Объем цилиндра, конуса и усеченного конуса	1
83	Объем шара и его частей	1
84	**Контрольная работа по теме «Объемы геометрических тел»**	**2**
85	Первообразная и ее основное свойство	1
86	Нахождение первообразных функций	1
87	Определенный интеграл	2
88	Площадь криволинейной трапеции	2
89	Применение интеграла	2
90	Нахождение объема тела вращения с помощью интеграла	2
91	**Контрольная работа по теме «Первообразная и интеграл»**	**2**
92	Решение комбинаторных задач	3
93	Формула бинома Ньютона и треугольник Паскаля	4
94	События и его виды, вероятность события	3
95	Сложение и умножение вероятностей	4
96	Представление данных	2
97	**Контрольная работа по теме « Элементы комбинаторики и теории вероятностей. Математическая статистика»**	**2**

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Подготовку к практическим занятиям следует начинать с глубокого усвоения учебной литературы. Приступая к решению задачи, студент должен хорошо уяснить ее условие и. исходя из уже полученных им знаний в области, установить, какие вопросы вытекают из содержания задачи.

Данный сборник может быть использован как для быстрой текущей проверки знаний студентов на практических занятиях, так и для проведения специальных контрольных проверок.

Практическая работа №1 «Входная контрольная работа».

Вариант № 1

1. Вычислите значение выражения $\left(\frac{41}{18}-\frac{17}{36}\right)\cdot\frac{18}{65}+\left(\frac{8}{7}-\frac{23}{49}\right):\frac{99}{49}+\frac{7}{6}.$

2. Упростите выражения.

а) $(a+5)(a^2-5a+25);$ б) $\frac{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}{a^2-b^2};$ в) $\sqrt{8}+2\sqrt{2}+\sqrt{32}.$

3.Выполните действия. $а)\ \frac{x}{a^2+ax}+\frac{1}{a+x},$ $б)\ \frac{b^2}{a^2+ab+b^2}+\frac{4a^2b-ab^2}{b^3-a^3}+\frac{a}{a-b};$

4. Решите уравнения. $а)\ (5x+3)^2=5(x+3);$ $б)\ \frac{3}{1-x}+\frac{1}{1+x}=\frac{28}{1-x^2}.$

5. Решите неравенства. $а)\ 17-x>10-6x,$ $б)\ 2(3-z)-3(2+z)\le z.$

Решите задачу с помощью системы уравнений: Периметр прямоугольного треугольника равен 84 см, а его гипотенуза равна 37 см. Найдите площадь этого треугольника.

Вариант № 2

1. Вычислите значение выражения $\frac{10}{16}+\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{17}{4}:17\right)+3{,}75:\frac{5}{6};$
2. Упростите выражения.

А) $(2b-1)(1+2b+4b^2);$ б) $\frac{(a^2-b^2)(a^2-ab+b^2)}{a-b};$ в) $\sqrt{7}+2\sqrt{7}-\sqrt{28}.$

3. Выполните действия.

$а)\ \frac{a^2-b^2}{a-b}-\frac{a^3-b^3}{a^2-b^2};$ $б)\ \frac{1}{x^2+3xy}+\frac{2}{9y^2-x^2}+\frac{1}{2x-6y};$

4. Решите уравнения. $а)\ \frac{3x^2+x}{x}=0;$ $б)\ \frac{x+1}{6}+\frac{20}{x-1}=4.$

5. Решите неравенства. $а)\ 2x-17\ge -27;$ $б)\ 4(2-3x)-(5-x)>11-x.$

6. Решите задачу с помощью системы уравнений: Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 13 см. Если один из его катетов увеличить на 4 см, то гипотенуза увеличиться на 2 см. Найдите катеты треугольника.

Практическая работа № 2 « Целые и рациональные числа»

Цель: *Знать, что такое натуральное, целое, рациональное число, периодическая дробь; уметь записывать бесконечную десятичную дробь в виде обыкновенной, уметь выполнять действия с десятичными и обыкновенными дробями.*

Практические задания

№***1. Записать в виде десятичной дроби:*** 1) $\frac{3}{5}$ 2) $\frac{3}{5}$ 3) $-8\frac{2}{7}$ 4) $\frac{8}{11}$

№***2. Выполнить действия и записать результат в виде десятичной дроби:*** 1) $\frac{2}{11}+\frac{1}{9}$; 2) $\frac{1}{3}+1{,}25$; 3) $\frac{3}{14}\cdot 1{,}05$; 4) $\frac{8}{13}-\frac{2}{3}$

№***3. Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь:***

1) 0,(6); 2) 0,1(2); 3) -3,(27) ; 4) 1,(55); 5) -0,(8).

Образец выполнения задания: -2,3(82)

Решение:

X = -2,3(82) = -2,3828282…

10x = -23,828282…

1000x = -2382,8282…

1000x – 10x = -2382,8282…– (23,828282…)

990x = – 2359

$$X = -\frac{2359}{990} = -2\frac{379}{990}.$$

Ответ: $-2\frac{379}{990}$

№***4. Вычислить:***

1) (20,88 : 18 + 45 : 0,36) : (19,59 + 11,95);

2) $\frac{7}{36}\cdot 9 + 8\cdot\frac{11}{32} + \frac{9}{10}\cdot\frac{5}{18}$.

№***5.Вычислить:*** а) $(3\frac{4}{25} + 0{,}24)2{,}15 + (5{,}1625 - 2\frac{3}{16})\frac{2}{5}$

б) $0{,}364 : \frac{7}{25} + \frac{5}{16} : 0{,}125 + 2\frac{1}{2}\cdot 0{,}8.$

Практическая работа №3 «Действия с рациональными дробями и иррациональными числами»

Цель: *Обобщить и систематизировать знания о действительных числах, и уметь работать с ними*

Методические рекомендации

Одним из самых основных понятий в математике является число.

Натуральные числа: $N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$.

Целые числа: $Z = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$.

Рациональные числа: Q = { m/n, где m – целое число, а n – натуральное}.

Можно также считать, что **рациональные числа** - это бесконечные периодические десятичные дроби.

Иррациональные числа – это числа, не представимые в виде обыкновенной дроби, т.е. бесконечные непериодические десятичные дроби. Например: π = 3,1416…, e = 2,7182…; $\sqrt{2}$ =1,4142…

Все эти числа называют **действительными числами** – R.

Определение модуля числа: $|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \ge 0 \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$.

Основное свойство дроби: $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$.

Основное свойство пропорции: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$.

Определение процента: 1% - это 1/100 часть числа.

Пример 1. Сократить дробь $\frac{100}{250}$.

Решение: В соответствии с основным свойством дроби $\frac{100}{250} = \frac{50 \cdot 2}{50 \cdot 5} = \frac{2}{5}$.

Ответ: $\frac{2}{5}$.

Пример 2. Вычислите $\left(\frac{29}{35} - \frac{3}{7}\right) \cdot 7$.

Решение: $\left(\frac{29}{35} - \frac{3}{7}\right) \cdot 7 = \left(\frac{29 - 15}{35}\right) \cdot 7 = \frac{14 \cdot 7}{35} = \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5} = 2{,}8$.

Ответ: 2,8.

Пример 3. Влажность сухой цементной смеси на складе составляет 18%. Во время перевозки из-за дождей влажность смеси повысилась на 2%. Найдите массу привезенной смеси, если со склада было отправлено 400 кг.

Решение: 400 · 0,18 = 72 (кг) - масса влаги в цементе на складе;
400 – 72 = 328 (кг) - масса цемента без влаги (сухого);
328 · 100 : 80 = 410 (кг) - масса привезённой смеси со склада.

Ответ: 410 кг.

Пример 4. Вычислите |-9,6|+|-7,4|-2.

Решение: На основании определения модуля

|-9,6|+|-7,4|-2 = 9,6 + 7,4 – 2 = 15.

Ответ: 15

Пример 5. Найти x, если $(-7{,}5):\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot x = 22{,}5:(-0{,}5)$.

Решение: $(-7{,}5):\left(-\frac{1}{2}\right) = 7{,}5\cdot 2 = 15$; 22,5: (– 0,5) = – 225 : 5 = – 45; 15 · x = – 45; x = – 45 : 15 = – 3.

Ответ: – 3.

Практические задания

№***1. Выполните действия:***

1) (2,125 · 0,32 – 1,93) : 2,5 – 0,5.

2) 6,75 – 6,75 · (0,45 – 6,72 : 6,4).

3) $\frac{0{,}15 - 0{,}15\cdot 6{,}4}{-\frac{3}{8} + 0{,}175}$.

4) $\frac{1{,}6\cdot 0{,}81 - 0{,}81}{3{,}57 - 3\frac{3}{4}}$.

5) $-0{,}09\cdot\left(-1\frac{1}{3}\right):(3{,}57:3{,}5 - 1{,}1)$.

6) $(1{,}68:1{,}6 - 1{,}5)\cdot\left(-\frac{5}{3}\right):(-0{,}09)$.

7) $\left(\frac{11}{15} - 1\frac{9}{10} + \frac{5}{8}\right)\cdot 0{,}9 + 0{,}1$.

8) $0{,}8 + 0{,}2 : \left(\frac{7}{15} - 1\frac{1}{12} + \frac{9}{20}\right)$.

9) $-1{,}5 + 0{,}5\cdot\left(\frac{8}{15} - 1{,}7 + \frac{1}{6}\right)$.

10) $\left(-3\frac{4}{15} - \frac{3}{20} + \frac{5}{12}\right)\cdot 0{,}6 - 0{,}6$.

№2. Вычислить 15% от 84.

№3. Найти число, если 8% его равны 24.

№4. На сколько процентов уменьшится произведение двух чисел, если одно из них уменьшить на 25%, а другое – на 50%?

№5. Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 5%. Книга стоит 200 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу? 8.Всентябре 1кг слив стоил 60руб. В октябре сливы подорожали на 25%. Сколько рублей стоил 1кг слив после подорожания в октябре?

№6.Сколько процентов составляет 5кг от 40кг?

№7. План выпуска деталей 60 штук, а изготовлено 45. Вычислите процент выполнения плана.

№8. Комбайн убрал в первый день $\frac{5}{12}$ поля, а на другой день 21га. Какова площадь поля?

№9. Представьте в виде бесконечной десятичной дроби $\frac{5}{9}$

Практическая работа №4 «Действия с приближенными величинами».

Цель занятия: *Проверить умения выполнять действия с приближенными величинами и оценивать погрешности.*

Контрольные вопросы.

1. Определение абсолютной погрешности. Формула абсолютной погрешности.
2. Определение относительной погрешности. Формула относительной погрешности.
3. Действия с приближенными величинами. Оценка погрешностей приближений.

Примеры и последовательность выполнения заданий

Действия с приближенными величинами

<u>Пример</u>: Пусть $a=5{,}0\pm 0{,}1$, $в=3{,}4\pm 0{,}2$. Вычислить $a+в$, $a-в$, $ав$, $a/в$. Оценить относительные погрешности результатов для *ав* и *а/в.*

Решение. Здесь $x=5{,}0$, $y=3{,}4$, $\Delta_a x=\Delta_a=0{,}1$, $\Delta_b y=\Delta_b=0{,}2$. Тогда $\Delta_{a+b}=\Delta_{a-b}=\Delta_{a+}\Delta_b=0{,}1+0{,}2=0{,}3$,откуда $a+в=8{,}4\pm 0{,}3$ и $a-в=1{,}6\pm 0{,}3$.

Найдем относительные погрешности:

$$\omega_{a+b}=\frac{\Delta_{a+b}}{|x+y|}=\frac{0{,}3}{8{,}4}\approx 0{,}036=3{,}6\%$$

$$\omega_{a-b}=\frac{\Delta_{a-b}}{|x-y|}=\frac{0{,}3}{1{,}6}\approx 0{,}186=18{,}6\%$$

$$\Delta_{ab}=y\Delta_a+x\Delta_b=3{,}4\times 0{,}1+5{,}0\times 0{,}2\approx 1{,}34$$

$$\Delta_{a/b}=\frac{|y|\Delta_a+|x|\Delta_в}{y^2}=\frac{3{,}4\times 0{,}1+5{,}0\times 0{,}2}{3{,}4^2}\approx 0{,}116$$

Следовательно, ***ав=17,0±1,34*** , ***а/в=1,47***±0,116 .

Оценим относительные погрешности полученных результатов для ***ав*** и ***а/в*** :

$$\omega_{ab}=\omega_a+\omega_b=\frac{\Delta_a}{|x|}+\frac{\Delta_в}{|y|}=\frac{0{,}1}{5{,}0}+\frac{0{,}2}{3{,}4}=0{,}06=6\%\omega_{a/b}=\omega_{ab}=6\%$$

Выполнить следующие задания.

1 вариант

Задание 1. Найдите относительную погрешность и выразите ее в процентах. В приближенном значении ***x*** определите верные и сомнительные цифры:

$a = 102{,}345$, $x = 102{,}247$

Задание 2.

Пусть *а=7,0±0,2* , *в=5,4±0,3* . Вычислить *а+в, а-в, ав, а/в.*

Оценить относительные погрешности результатов для *ав* и *а/в.*

2 вариант

Задание 1. Найдите относительную погрешность и выразите ее в процентах. В приближенном значении ***x*** определите верные и сомнительные цифры:

$a = 107{,}532$, $x = 107{,}327$

Задание 2.

Пусть ***а=9,0±0,3*** , ***в=6,4±0,2.*** Вычислить *а+в, а-в, ав, а/в.*

Оценить относительные погрешности результатов для *ав* и *а/в.*

Практическая работа №5 «Действия с иррациональными и комплексными числами»

Цель*: проверить знание определения комплексного числа, сопряженных чисел, умения находить действительную и мнимую части комплексного числа.*

Прочитайте каждое утверждение, если вы с ним согласны то в колонке ответов поставьте «+», если же вы не согласны с данным утверждением, поставьте « – » в колонке ответов.

Вариант 1

№п/п	Утверждения:	Ответ.
1	Число $\sqrt{2}$ является комплексным.	
2	Число а, такое что $a^2 = -2$ является действительным.	
3	Число а, такое что $a^4 = 1$ является действительным.	
4	0 – комплексное число.	
5	Число 3i является чисто мнимым.	
6	Действительная и мнимая части комплексного числа 3 – 2i соответственно равны 3 и 2.	
7	Действительная и мнимая части сопряженных чисел отличаются только знаками.	
8	Сопряженным для действительного числа является само это число.	
9	Если $\bar{z} = -z$, то действительная часть числа z равна 0.	

Вариант 2

№п/п	Утверждения:	Ответ.
1	Число 5 является комплексным.	
2	Число a, такое что $a^2 = 4$ является действительным.	
3	Число a, такое что $a^8 = 1$ является действительным.	
4	0 – мнимое число.	
5	Если a + bi является действительным, то b = 0	
6	Действительная и мнимая части комплексного числа – 3 + 2i соответственно равны – 3 и 2.	
7	Мнимые части сопряженных чисел отличаются только знаками.	
8	Если $\bar{z} = z$, то мнимая часть числа z равна 0.	
9	$\bar{z} \cdot z = x^2 - y^2$.	

Вариант 1	**Вариант 2**
1. Разложите на линейные множители:	1. Разложите на линейные множители:
a) $a^2 + 4$	a) $b^2 + 64$
b) $x^2 + 1$	b) $x^2 + 9$
c) $a^2 + 4b^2$	c) $a^2 + 16b^2$
d) $a^4 - b^4$	d) $c^4 - b^4$
e) $a^6 + 64$	e) $a^6 + 729$
2. Решите уравнение: a) $z^2 + 1 = 0$	2. Решите уравнение: a) $z^4 = 1$
b) $x^2 - 4x + 20 = 0$	b) $x^2 - 6x + 13 = 0$
c) $z^4 = 16$	c) $z^2 + 16 = 0$

Практическая работа №6 «Применение свойств корня».

Цель занятия: *Обобщить и систематизировать знания по теме «Свойства корней и степеней»; закрепить умения использовать полученные знания для преобразования алгебраических выражений.*

Контрольные вопросы.

1. Определение корня натуральной степени из числа.
2. Основные свойства корня натуральной степени из числа.
3. Определение степени с рациональным показателем.
4. Основные свойства степени с рациональным показателем.
5. Понятие степени с действительным показателем.
6. Основные свойства степени с действительным показателем.
7. Как избавиться от иррациональности в знаменателе.

1) *Найдите значение выражения*

а) $4^{2,5} - (1/9)^{-1,5} + (5/4)^{3,5} \cdot 0{,}8^{3,5}$	а) $9^{1,5} - (1/8)^{-4/3} + (5/6)^{4,5} \cdot 1{,}2^{4,5}$

б) $\sqrt[4]{(-11)^4};\sqrt[3]{25\cdot 135};\sqrt{4-\sqrt{7}}\cdot\sqrt{4+\sqrt{7}};$

$\sqrt{9-4\sqrt{5}}\ ;8^{5/3};\left(\sqrt[3]{9}\right)^{9/2};\left(9+\sqrt{73}\right)^{1/3}\cdot\left(9-\sqrt{73}\right)^{1/3}$

$2^{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}\div 2^{2\sqrt{2}};\left(\left(\sqrt{6}\right)^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}};\sqrt[3]{2\sqrt[5]{2}}\cdot\sqrt[5]{8};$

$\left(\sqrt{3^3}+\sqrt{(1/3)^3}\right)\div\left(\sqrt{3}+\sqrt{1/3}\right);\sqrt{5^{\left(\sqrt{5}+1\right)^2}\cdot 25^{-\sqrt{5}}}$

б) $\sqrt[6]{(-7)^6};\sqrt[3]{9\cdot 375};\sqrt{\sqrt{65}-7}\cdot\sqrt{\sqrt{65}+7};$

$\sqrt{20-6\sqrt{11}};27^{-2/3};\left(\sqrt[3]{16}\right)^{9/2};\sqrt[3]{12-\sqrt{80}}\cdot\left(12+80^{0,5}\right)^{1/3};$

$3^{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}\div(1/3)^{2\sqrt{3}};\left(\left(\sqrt{2}\right)^{\sqrt{6}}\right)^{\sqrt{6}};\sqrt[6]{3\sqrt[7]{3^5}}\div\sqrt[7]{9};$

$\left(\sqrt{5^3}-\sqrt{\frac{1}{5^3}}\right)\div\left(\sqrt{5}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right);\sqrt[4]{3^{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}\cdot 9^{-\sqrt{3}}}$

2) *Сравните числа*

$\sqrt[6]{80}$ *и* $\sqrt[3]{9}$; $2^{\frac{6}{13}}$ *и* $2^{\frac{2}{7}}$; $\left(\sqrt[4]{5}\right)^{-\frac{5}{3}}$ *и* $\sqrt[4]{5^{-1}\div\sqrt[3]{25}}$;

$\left(5-2\sqrt{6}\right)^{3,3}$ *и* $\left(5+2\sqrt{6}\right)^{-3,1}$

$\sqrt[5]{7}$ *и* $\sqrt[10]{47}$; $3^{\frac{5}{8}}$ *и* $3^{\frac{8}{13}}$; $\left(\sqrt[3]{9}\right)^{-\frac{5}{4}}$ *и* $\sqrt{\frac{1}{3}\cdot 9^{-\frac{2}{3}}}$;

$\left(7-4\sqrt{3}\right)^{3,8}$ *и* $\left(7+4\sqrt{3}\right)^{-3,5}$

3) *Дана функция* f(x) = a^x. *Известно, что* f(– 1,5) = 8. *Найдите* f(0,5).

3) *Дана функция* f(x) = a^x. *Известно, что* f(1,5) = 1/8. *Найдите* f(– 2).

4) *Упростите выражение*

а) $\dfrac{p+8}{p^{\frac{2}{3}}-2\sqrt[3]{p}+4}-\dfrac{p-8}{\sqrt[3]{p^2}+2p^{\frac{1}{3}}+4}$

б) $\dfrac{c-в}{\sqrt[4]{c^3}-\sqrt[4]{c^2в}+\sqrt[4]{cв^2}-\sqrt[4]{в^3}}\div\left(\dfrac{1}{\sqrt[4]{c}}+\dfrac{1}{\sqrt[4]{в}}\right)$

в) $\sqrt{c^2+c\sqrt{8}+2}+\sqrt{c^2-c\sqrt{8}+2}$

а) $\dfrac{8к+1}{4к^{\frac{2}{3}}-2\sqrt[3]{к}+1}-\dfrac{8к-1}{4\sqrt[3]{к^2}+2к^{\frac{1}{3}}+1}$

б) $\left(\dfrac{\sqrt[4]{c^3}-\sqrt[4]{в^3}}{\sqrt{c}-\sqrt{в}}-\sqrt[4]{c}-\sqrt[4]{в}\right)\cdot\left(\sqrt[4]{\dfrac{c}{в}}+1\right)$

в) $\sqrt{в+2\sqrt{в-1}}+\sqrt{в-2\sqrt{в-1}}$

Практическая работа № 7 «Решение простейших иррациональных уравнений и систем иррациональных уравнений».

Цель: *Обобщить и систематизировать знания по теме «Иррациональные уравнения, и методы их решений»; закрепить умения использовать полученные знания при решении иррациональных уравнений разными методами.*

Решите уравнения

1. $\sqrt{5+\sqrt{x-1}}=3$
2. $\sqrt[3]{x}-3\sqrt[6]{x}=10$
3. $\sqrt{x^2+3x+3}=2x+1$
4. $\dfrac{1}{\sqrt[4]{x}-1}+\dfrac{3}{1+\sqrt[4]{x}}=2$
5. $x-1=7\left(\sqrt[3]{x}-1\right)$

6*) $\sqrt[3]{(x+1)^2}-2\sqrt[3]{x^2-1}=3\sqrt[3]{(x-1)^2}$

1. $\sqrt{7-\sqrt{x+1}}=2$
2. $\sqrt[3]{x}+3\sqrt[6]{x}=18$
3. $x-1=\sqrt{2x^2-3x-5}$
4. $\dfrac{1}{\sqrt[4]{x}+1}+\dfrac{2}{3+\sqrt[4]{x}}=1$
5. $x+1=3\sqrt[3]{x}+3$

6*) $\sqrt[3]{(1+x)^2}+2\sqrt[3]{(1-x)^2}=3\sqrt[3]{1-x^2}$

7*) $\sqrt[3]{10-x}-\sqrt[3]{3-x}=1$	7*) $\sqrt[3]{9-x}+\sqrt[3]{7+x}=4$
1. $\sqrt{x^2+x-1}+\sqrt{x^2+4x-1}=3$	8) $\sqrt{x^2+5x+2}+\sqrt{x^2+x+3}=7$
2. $\sqrt{x+1}+\lvert x-5\rvert=6$	9) $4\sqrt{x+2}=\lvert x+1\rvert+4$
10) $\sqrt[5]{\frac{x-3}{5-x}}+\sqrt[5]{\frac{5-x}{x-3}}=2$	10) $\sqrt{\frac{3-x}{x-1}}+3\sqrt{\frac{x-1}{3-x}}=4$
11) $\sqrt[3]{x+7}-\sqrt{x+3}=0$	11) $\sqrt{3x^2-2x+15}+\sqrt{3x^2-2x+8}=7$

Практическая работа № 8 «Преобразование рациональных выражений»

Цель: *Закрепить знания по преобразованию алгебраических, рациональных выражений.*

Пример 1. Упростите выражение $\frac{9m^{\frac{1}{2}}\cdot m^{3\frac{1}{2}}}{m^{-3}}$.

Решение

Применим свойства степеней (умножение степеней с одинаковым основанием и деление степеней с одинаковым основанием): $\frac{9m^{\frac{1}{2}}\cdot m^{3\frac{1}{2}}}{m^{-3}}=9m^{\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}-(-3)}=9m^7$

Пример 2.Сократить дробь: $\frac{x^3-1}{(x-1)(x+2)}$

Решение. Так область определения дроби $\frac{x^3-1}{(x-1)(x+2)}$ все числа, кроме x ≠ 1 и x ≠ -2.Вместе с тем $\frac{x^3-1}{(x-1)(x+2)}=\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+2)}$.Сократив дробь, получим $\frac{x^2+x+1}{x+2}$.Область определения полученной дроби: x ≠ -2, т.е. шире, чем область определения первоначальной дроби. Поэтому дроби $\frac{x^3-1}{(x-1)(x+2)}$ и $\frac{x^2+x+1}{x+2}$ равны при x ≠ 1 и x ≠ -2.

Пример 3.Сократить дробь: $\frac{a^2-9}{a+3}=\frac{(a-3)(a+3)}{(a+3)}=a-3$

Пример 4.Упростить: $\frac{6}{x-5}+\frac{2}{5-x}=\frac{6}{x-5}-\frac{2}{x-5}=\frac{4}{x-5}$

Пример 5.Упростить: $\frac{3y^2-6y}{y^2-4}=\frac{3y(y-2)}{(y-2)(y+2)}=\frac{3y}{y+2}$

Пример 6. Упростить: $\frac{2}{x^2}-\frac{4}{x}=\frac{2-4x}{x^2}$

Пример 7. Упростить: $\frac{x^2-5x}{x^2-25}:x^2=\frac{x(x-5)}{(x-5)(x+5)x^2}=x(x+5)$

Пример 8.Упростить: $\left(\frac{x}{2y}\right)^3 \cdot \frac{8y^3}{3x} = \frac{x^3}{3}$

Практическая работа № 9 «Преобразование иррациональных выражений».

Цель: *Закрепить знания по преобразованию иррациональных выражений.*

Пример 1. Вычислить: $\sqrt{1\frac{24}{25}} - 3\sqrt{0{,}09}$.

Решение. $\sqrt{1\frac{24}{25}} - 3\sqrt{0{,}09} = \sqrt{\frac{49}{25}} - 3 \cdot 0{,}3 = \frac{7}{5} - 0{,}9 = 1{,}4 - 0{,}9 = 0{,}5$

Пример 2.Упростить выражение: $(8\sqrt{18} + 6\sqrt{24} - \sqrt{72}) : (2\sqrt{6})$.

$$\frac{8\sqrt{18}}{2\sqrt{6}} + \frac{6\sqrt{24}}{2\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{72}}{2\sqrt{6}} = 4\sqrt{\frac{18}{6}} + 3\sqrt{\frac{24}{6}} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{72}{6}} =$$

Решение. $= 4\sqrt{3} + 6 - \frac{\sqrt{12}}{2} = 4\sqrt{3} + 6 - \sqrt{3} = 3\sqrt{3} + 6$

Пример 3.Сократить дробь $\frac{64 - t}{8 - \sqrt{t}}$, если $\sqrt{t} \neq 8$.

Решение. $\frac{64 - t}{8 - \sqrt{t}} = \frac{(8 - \sqrt{t})(8 + \sqrt{t})}{8 - \sqrt{t}} = 8 + \sqrt{t}$.

Пример 4.Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби $A = \frac{1}{\sqrt{7} - 2\sqrt{2}}$.

Решение.В знаменателе имеем иррациональность 2-й степени, поэтому помножим и числитель, и знаменатель дроби на сопряженное выражение, то есть сумму чисел $\sqrt{7}$ и $2\sqrt{2}$, тогда в знаменателе будем иметь разность квадратов, которая и ликвидирует иррациональность.

$$A = \frac{1(\sqrt{7} + 2\sqrt{2})}{(\sqrt{7} - 2\sqrt{2})(\sqrt{7} + 2\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{7} + 2\sqrt{2}}{(\sqrt{7})^2 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{7} + 2\sqrt{2}}{7 - 8} = \frac{\sqrt{7} + 2\sqrt{2}}{-1} = -\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$$

Практическая работа № 10 «Контрольная работа «Свойства корней и степеней»

Цель*:* *контроль знаний и умений по данной теме*

	Вариант № 1	***Вариант № 2***
1) Вычислите:	$\frac{\left(7^{\frac{1}{3}} \times 7^{-\frac{2}{3}}\right)^3}{7^{-3}}$; $\left(\sqrt[3]{\sqrt{8}}\right)^2$;	$6^{-4}\left(6^{-\frac{3}{5}} \cdot 6^{\frac{1}{5}}\right)^{-5}$; $\left(\sqrt{\sqrt[3]{25}}\right)^3$
2) Упростите выражение:	$\left(\frac{1}{a^{\sqrt{2}-1}}\right)^{\sqrt{2}+1} \cdot a^{\sqrt{2}+1}$;	$\left(b^{\sqrt{3}+1}\right)^{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{1}{b^{4+\sqrt{3}}}$

3) Решите уравнение: $8^{3x+1}=8^5$; $\left(\frac{1}{2}\right)^4=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{2}-1}$

4*) Записать бесконечную периодическую дробь 0,(43) [0,3(6)] в виде обыкновенной дроби.

5*) Сократите дробь: $\frac{\sqrt{a^3}-a}{a-2a^{\frac{1}{2}}+1}$; $\frac{b+4\sqrt{b}+4}{b^{\frac{3}{2}}+2b}$

6*) Сравните числа: $1)(2,3)^{\sqrt[7]{2}}$ *и* $\left(2\frac{2}{9}\right)^{\sqrt[7]{2}}$; $2)\left(\frac{3}{8}\right)^{-2\sqrt{3}}$ *и* 1; $3)\sqrt[3]{26}$ *и* $\sqrt{8}$

$1)(0,8)^{\sqrt[3]{5}}$ *и* $\left(\frac{5}{6}\right)^{\sqrt[3]{5}}$; $2)\left(\frac{4}{7}\right)^{\sqrt[3]{5}}$ *и* 1; $3)\sqrt[4]{17}$ *и* $\sqrt[3]{9}$

7*) Упростите: $\frac{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}}{x^{\frac{2}{3}}-\sqrt[3]{xy}+y^{\frac{2}{3}}}-\frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{y^2}}$; $\frac{m-n}{m^{\frac{2}{3}}+\sqrt[3]{mn}+n^{\frac{2}{3}}}-\frac{\sqrt[3]{m^2}-\sqrt[3]{n^2}}{\sqrt[3]{m}-\sqrt[3]{n}}$

Практическая работа №11 «Преобразование показательных выражений»

Цель: *отработать практические навыки в применении свойств степени и корня для преобразования показательных выражений различной степени сложности.*

1. $9^{-x}=27$
2. $\frac{1}{8}\sqrt{2^{x-1}}=4^{-1,25}$
3. $5^{x+1}-3\cdot5^{x-2}=122$
4. $9^x-2\cdot3^x=63$
5. $\frac{1}{4^x}=\frac{3}{2^x}-2$
6. $8^{\left|x^2-1\right|}=16$
7. $(1/3)^x+3^{x+3}=12$
8. $0,2^{3-2x}+3\cdot0,04^{2-x}=8$
9. $3^{\frac{6x-3}{x}}=\sqrt[4]{27^{2x-1}}$
10) $4\cdot9^{1,5x-1}-27^{x-1}=33$

1. $8^{-x}=16$
2. $10^{2x}=0,1\sqrt{1000}$
3. $3^{x+1}-4\cdot3^{x-2}=69$
4. $4^x-3\cdot2^x=40$
5. $\frac{1}{9^x}=\frac{4}{3^x}-3$
6. $27^{\left|x^2-2\right|}=81$
7. $(1/2)^{2x^2+3x-1}=4^{x-3}$
8. $0,5^{3-2x}+3\cdot0,25^{1-x}=7$
9. $5^{\frac{6x+3}{x}}=\sqrt[4]{125^{2x+1}}$
10) $2\cdot3^{x-6}+6\cdot9^{0,5x-2}=56$

При каком p *корнями уравнения* $0,5^{x-1}=p^{x^2-1}$ *являются* 1 *и* -3

Практическая работа № 12 «Простейшие показательные уравнения и системы показательных уравнений»

Цель занятия: *Обобщить и систематизировать знания по теме «Показательные уравнения, и методы их решений»; закрепить умения* *использовать полученные знания при решении показательных уравнений разными методами.*

Контрольные вопросы.

1. Какие уравнения называются показательными.
2. Основные свойства степени с рациональным показателем.
3. Основные свойства степени с действительным показателем.

Примеры и последовательность выполнения заданий

Методы решения показательных уравнений

1. Простейшие показательные уравнения

Примеры.

Пример 1. Решите уравнение: $3^{4x-5} = 3^{x+4}$.

Решение.

$3^{4x-5} = 3^{x+4}$

$4x - 5 = x+4$

$3x=9$

$x = 3$.

2. Методы преобразования показательных уравнений к простейшим.

А. Метод уравнивания оснований.

Примеры.

Пример 1. Решите уравнение: $27 * 3^{4x-9} - 9^{x+1} = 0$.

Решение.

$27 * 3^{4x-9} - 9^{x+1} = 0$

$3^3 3^{4x-9} - (3^2)^{x+1} = 0$

$3^{3+(4x-9)} - 3^{2(x+1)} = 0$

$3^{4x-6} - 3^{2x+2} = 0$

$3^{4x-6} = 3^{2x+2}$

$4x-6=2x+2$

$2x = 8$

$x=4$.

Пример 2. Решите уравнение: $2^{2x} \cdot 3^x \cdot 5^x - 60^{4x-15} = 0$.

Решение.

$(2^2)^x \cdot 3^x \cdot 5^x - 60^{4x-15} = 0$

$(2^2)^x \cdot 3^x \cdot 5^x = 60^{4x-15}$

$4^x \cdot 3^x \cdot 5^x = 60^{4x-15}$

$(4 \cdot 3 \cdot 5)^x = 60^{4x-15}$

$60^x = 60^{4x-15}$

$x=4x-15$

$3x=15$

x=5.

B. Уравнения, решаемые разложением на множители.

Примеры.

Пример 1. Решите уравнение: $x\cdot 2^x = 2\cdot 2^x + 8x-16$.

Решение.

$x\cdot 2^x = 2\cdot 2^x + 8x-16$

$x\cdot 2^x - 2\cdot 2^x = 8\cdot(x-2)$

$2^x \cdot (x-2) - 8\cdot(x-2)$

$(x-2)\cdot(2^x - 8) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ 2^x-8=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ 2^x=8 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ 2^x=2^3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Ответ: $\{2;3\}$

Пример 2 . Решите уравнение: $5^{2x} - 7^x + 5^{2x}\cdot 35 + 7^x\cdot 35 = 0$

Решение.

$5^{2x} - 7^x - 5^{2x}\cdot 35 + 7^x\cdot 35 = 0$

$(5^{2x} - 7^x) - (5^{2x}\cdot 35 + 7^x\cdot 35) = 0$

$(5^{2x}-7^x)-35(5^{2x}-7^x)=0$

$(5^{2x}-7^x)\cdot(1-35)=0$

$(5^{2x}-7^x)\cdot(-34)=0$, т.к $-34\neq 0$, то

$(5^{2x}-7^x)=0$

$(5^2)^x=7^x$

$\frac{25^x}{7^x}=1$

$\left(\frac{25}{7}\right)^x=1$

$\left(\frac{25}{7}\right)^x=\left(\frac{25}{7}\right)^0$ *x=0* *Ответ:* 0.

С. Уравнения, которые с помощью подстановки $\alpha^{f(x)} = t$, $t>0$ преобразуются к квадратным уравнениям (или к уравнениям более высоких степеней).

Пусть $A\cdot\alpha^{2f(x)} + B\cdot\alpha^{f(x)} + C = 0$, где A, B, C - некоторые числа. Сделаем замену: $\alpha^{f(x)} = t$, $t>0$, тогда $A\cdot t^2 + B\cdot t + C = 0$

Решаем полученное уравнение, находим значения t, учитываем условие t >0 , возвращаемся к простейшему показательному уравнению $\alpha^{f(x)} = t$, решаем его и записываем ответ.

Примеры.

Пример 1 . Решите уравнение: $2^{2+x} - 2^{2-x} = 15$.

Решение.

$2^{2+x} - 2^{2-x} = 15$

$2^2 2^x - \frac{2^2}{2^x} = 15$

$4(2^x)^2 - 4 = 15\cdot 2^x$

Делаем замену $t = 2^x$, $t > 0$. Получаем уравнение $4t^2 - 4 = 15t$ <=> $4t^2 - 15t - 4=0$

<=> $\left[\begin{array}{l} t = 4 \\ t = -\frac{1}{4} \end{array}\right.$, $t = -\frac{1}{4}$ не удовлетворяет условию $t > 0$.

Вернемся к переменной x:

$2^x = 4$

$2^x = 2^2$

$x=2$.

Выполните:

<u>1 вариант</u>

1. $9^x = 3^{2\sqrt{2}}$
2. $2^{2x+1} = 32$
3. $3 \cdot 9^x = 81$
4. $2^{x+2} + 2^x = 5$
5. $3^{2x-1} + 3^{2x} = 108$
6. $3^{x-1} - 3^x + 3^{x+1} = 63$
7. $3^{x^2+x-12} = 1$
8. $4^x - 14 \cdot 2^x - 32 = 0$

<u>2 вариант</u>

1. $7^{x\sqrt{3}} = \sqrt{7}$
2. $2^{2+x} = 4$
3. $2 \cdot 4^x = 64$
4. $3^x + 4 \cdot 3^{x+1} = 13$
5. $2^{3x+2} - 2^{3x-2} = 30$
6. $2^{x+11} + 2^{x-1} + 2^x = 28$
7. $2^{x^2-7x+10} = 1$
8. $2^{2x+1} + 7 \cdot 2^x = 4$

Практическая работа № 13 «Простейшие показательные неравенства»

Цель: *формирование навыков решения показательных неравенств*

Решите неравенства

1. $5^{4x-7} > 1$	*1)* $2^{2x-9} < 1$
2. $0{,}7^{x} < 2\frac{2}{49}$	*2)* $0{,}9^{x} \geq 1\frac{19}{81}$
3. $(1/4)^{x} - 3\cdot(1/2)^{x} + 2 > 0$	*3)* $(1/3)^{2x} - 6\cdot(1/3)^{x} - 27 \leq 0$
4. $(1/5)^{x-1} + (1/5)^{x+1} \leq 26$	*4)* $(1/2)^{x} + (1/2)^{x-2} > 5$
5. $3^{x^2} > 9^{8}$	*5)* $3^{\lvert x\rvert+2} < 27$
6. $0{,}5\sqrt{32^{x}} > \frac{2}{4^{x}}$	*6)* $\frac{3}{\sqrt{27^{x}}} < \frac{3}{9^{x}}$
7. $2^{x} - 2^{3-x} > 2$	*7)* $3^{1+x} + 3^{2-x} < 28$
8. $x^2\cdot 2^{x} + 1 > x^2 + 2^{x}$	*8)* $x^2\cdot 3^{x} + 9 > x^2 + 9\cdot 3^{x}$

Практическая работа № 14 «Применение свойств логарифма»

Цель: *научиться применять свойства логарифма*

1) Вычислить

$\lg\left(10\sqrt[5]{100}\right)$; $\log_{125}5 - \log_{\sqrt{2}}1/2 + \log_{2,5}0{,}4$; $6^{3\log_6 3}$; $9^{\log_3 6 - 1{,}5}$	$\lg\left(0{,}01\sqrt[3]{10}\right)$; $\log_{\sqrt{3}}1/3 - \log_{0,2}5 + \log_{64}4$; $\left(\frac{1}{6}\right)^{4\log_{\frac{1}{6}}2}$; $4^{1{,}5-\log_{16}25}$

2) Найти ООФ

$\log_3(1-2x)$; $\log_{\frac{1}{2}}\frac{3}{4x-1}$; $\frac{\sqrt{-x^2-3x}}{\log_{0,4}(2x+3)}$	$\log_{1/2}(3-4x)$; $\log_3\frac{3x+1}{4}$; $\frac{\sqrt{5x-x^2}}{\log_{1/3}(5-3x)}$

3) Прологарифмируйте по основанию 10 выражение

$x = \frac{\sqrt{100p\sqrt{10p}}}{1000\sqrt{p}}$	$x = \frac{\sqrt{10в\sqrt[3]{100в}}}{100\sqrt[3]{в}}$

4) Найдите x, если

$\log_5 x = 3\log_5\sqrt{c} - \frac{1}{2}\log_5 c - \frac{1}{4}$	$\log_3 x = \frac{1}{2}\log_3\sqrt{b} - \frac{1}{4}\log_3 b - \frac{1}{2}$

5) Вычислите

а) $\log_{25}35$, если $\log_5 7 = p$	а) $\log_{49}21$, если $\log_7 3 = c$
б) $\log_{\sqrt{a}} b\sqrt[4]{a} + \log_{\sqrt{b}} a + \log_a \sqrt{ab}$, если $\log_a b = 2$	б) $\log_{\sqrt[3]{a}}\frac{b}{a} + \log_{\sqrt{b}} a\sqrt[3]{b}$, если $\log_b a = 9$

Практическая работа № 15 «Преобразование логарифмических выражений»

Цель занятия: *Обеспечить закрепление понятия логарифм числа; формирование практических навыков преобразования логарифмических выражений на основе изученного теоретического материала (определения и свойств логарифмов).*

Контрольные вопросы.

1. Понятие логарифма числа.
2. Основное логарифмическое тождество.
3. Понятие десятичного логарифма числа.
4. Понятие натурального логарифма числа.
5. Основные свойства логарифмов.
6. Формула перехода от логарифма по одному основанию к логарифму по другому основанию.

Примеры и последовательность выполнения заданий.

Пример 1. Вычислить. $49^{0,5\log_7 9}$

Решение. $49^{0,5\log_7 9}=(7^2)^{0,5\log_7 9}=7^{2\cdot 0,5\log_7 9}=7^{\log_7 9}=9$

Пример 2. Вычислить.

а) $\log_3 15-\log_3 5+3^{\log_3 5}$

Решение. $\log_3 15-\log_3 5+3^{\log_3 5}=\log_3\frac{15}{3}+5=\log_3 3+5=1+5=6$

б) $\log_3 36-2\log_3 2+\log_2\frac{1}{4}$

Решение.

$$\log_3 36-2\log_3 2+\log_2\frac{1}{4}=\log_3 36-\log_3 2^2+\log_2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\log_3\frac{36}{4}+\log_2 2^{-2}=\log_3 9-2=2-2=0$$

Пример 3. Упростить выражение. $3^{\log_2\frac{1}{4}+\log_3 5}+\log_4\sqrt[5]{16}$

Решение. $3^{\log_2\frac{1}{4}+\log_3 5}+\lg\sqrt[5]{100}=3^{\log_2 2^{-2}}\cdot 3^{\log_3 5}+\frac{1}{5}\lg 100=3^{-2}\cdot 5+\frac{1}{5}\cdot 2=\frac{1}{9}\cdot 5+\frac{2}{5}=\frac{25+18}{45}=\frac{43}{45}$

Пример 4. Вычислить. $\frac{\log_3 216}{\log_8 3}-\frac{\log_3 24}{\log_{72} 3}$

Решение.

$$\frac{\log_3 216}{\log_8 3}-\frac{\log_3 24}{\log_{72} 3}=\frac{\log_3 216}{\frac{\log_3 3}{\log_3 8}}-\frac{\log_3 24}{\frac{\log_3 3}{\log_3 72}}=\frac{\log_3 216}{\frac{1}{\log_3 8}}-\frac{\log_3 24}{\frac{1}{\log_3 72}}=\log_3 216\cdot\log_3 8-\log_3 24\cdot\log_3 72=$$

$= \log_3(72\cdot 3)\cdot \log_3 8 - \log_3(8\cdot 3)\cdot \log_3 72 = (\log_3 72 + \log_3 3)\log_3 8 - (\log_3 8 + \log_3 3)\log_3 72 =$
$= (\log_3 72 + 1)\log_3 8 - (\log_3 8 + 1)\log_3 72 = \log_3 72\cdot \log_3 8 + \log_3 8 - \log_3 72\cdot \log_3 8 - \log_3 72 =$
$= \log_3 8 - \log_3 72 = \log_3 \frac{8}{72} = \log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2} = -2$

Выполните следующие задания

1 вариант

Вычислить:

1. $3^{2-\log_3 9}$
2. $\log_2 \log_4 256$
3. $\frac{\log_5 27}{\log_5 9}$
4. $\frac{\log_5 36 - \log_5 12}{\log_5 9}$
5. $\frac{\log_2 24}{\log_{96} 2} - \frac{\log_2 192}{\log_{12} 2}$
6. $\log_2 0{,}8 - \log_2 1\frac{1}{8} + \log_2 22{,}5$
7. $2\log_{\frac{1}{5}} 10 - \log_{\frac{1}{5}} 28 + \frac{3}{2}\log_{\frac{1}{5}} \sqrt[3]{49}$
8. $\frac{\log_7 14 - \frac{1}{3}\log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2}\log_6 150}$ **(*)**

2 вариант

1. $4^{3-\log_4 64}$
2. $\log_3 \log_4 64$
3. $\frac{\log_3 8}{\log_3 16}$
4. $\frac{\log_7 8}{\log_7 15 - \log_7 30}$
5. $\frac{\log_2 192}{\log_{12} 2} - \frac{\log_2 24}{\log_{96} 2}$
6. $\log_3 3{,}6 - \log_3 1{,}4 + \log_3 1\frac{1}{6}$
7. $\frac{5}{3}\log_{\frac{2}{3}} \sqrt[5]{8} - 3\log_{\frac{2}{3}} 3 + \frac{1}{2}\log_{\frac{2}{3}} 36$

$\frac{\log_2 24 - \frac{1}{2}\log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3}\log_3 72}$ **(*)**

Логарифмические уравнения

1) $\log_3(3x-5)=\log_3(x-3)$

2) $\log_2\left(x^2-3x+10\right)=3$

3) $\log_3^2 x-\log_3 x=2$

4) $\dfrac{2}{\lg x-3}+\dfrac{4}{\lg x+1}=1$

5) $\lg(x-1)=0{,}5\lg(1+1{,}5x)$

6) $2\log_{1/3}^2 x-5\log_3 x=7$

7) $\log_x(x+2)=2$

8) $\log_{x+1}(x-0{,}5)=\log_{x-0{,}5}(x+1)$

9) $\left|\dfrac{1}{3}-\log_{\frac{1}{8}} x\right|+\dfrac{1}{3}=\left|\dfrac{2}{3}-\log_{\frac{1}{8}} x\right|$

10) $\sqrt{\log_x \sqrt{5x}}=-\log_x 5$

11) $(100x)^{\lg x}=x^3$

12) $\log_x 8\cdot\log_{0{,}5}\dfrac{x}{2}=\log_9\dfrac{1}{27}$

13*) $\log_{1/3} x=x-4$

1) $\log_7(4x-6)=\log_7(2x-4)$

2) $\log_{1/2}\left(x^2-4x-1\right)=-2$

3) $\log_{1/2}^2 x-\log_{1/2} x=6$

4) $\dfrac{1}{3-\lg x}+\dfrac{2}{\lg x-1}=3$

5) $\lg(2x+1)=0{,}5\lg(1-3x)$

6) $3\log_{1/2}^2 x+2\log_2 x=5$

7) $\log_x(x+6)=2$

8) $0{,}5\lg(8-x)=\lg\left(1+\sqrt{x+5}\right)$

9) $\left|1-\log_{\frac{1}{9}} x\right|+1=\left|2-\log_{\frac{1}{9}} x\right|$

10) $\log_{10} x+\log_{\sqrt{10}} x+\log_{\sqrt[3]{10}} x+\ldots+\log_{\sqrt[10]{10}} x=5{,}5$

11) $(0{,}1x)^{\lg x}=1000x$

12) $\log_9(9x)\cdot\log_x\sqrt{3}=\log_{1/4}\sqrt{2}$

14*) $3^x+\log_2 x=10$

Практическая работа № 16 «Логарифмические уравнения и неравенства».

Цель занятия: *Обобщение свойств логарифмов, применение их к решению уравнений; неравенств, закрепление основных методов решения логарифмических уравнений*

Контрольные вопросы.

1. Что понимают под логарифмическим уравнением?
2. Что называется корнем уравнения?
3. Что значит «решить уравнение»?
4. Какие уравнения называются равносильными?
5. Что такое потенцирование?
6. Обязательной ли является в общем случае проверка найденных значений неизвестного по условию уравнения?
7. Какие свойства логарифмов вам известны?

Примеры и последовательность выполнения заданий.

1. Простейшее логарифмическое уравнение:

$log_a f(x)=b;$

ОДЗ: $\begin{cases} f(x)>0 \\ a>0, a\neq 1 \end{cases}$

Решение:

1. $f(x) = a^b$;
2. Отбор корней, удовлетворяющих ОДЗ.

<u>Пример:</u>

$log_7(2x-1) = 1$

$log_7(2x-1) = log_7 7$

2x-1=7 $\leftrightarrow$ *2x=8* $\leftrightarrow$ *x=4*

Проверка: $log_7(2 \cdot 8 - 1) = log_7 7 = 1$ *1=1*

3. По свойству логарифмов и определение логарифма

$log_a f(x) = log_a g(x)$;

ОДЗ: $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ a > 0, a \neq 1 \end{cases}$

1)Решить f(x)=g(x)

2)Отбор корней, удовлетворяющих ОДЗ.

<u>Пример:</u>

$lg(3x-17) - lg(x+1) = 0$

ОДЗ:

$\begin{cases} 3x-17 > 0 \\ x+1 > 0 \\ a > 0, a \neq 1 \end{cases}$; $\begin{cases} 3x > 17 \\ x > -1 \end{cases}$; $\begin{cases} 3x > 17 \\ x > -1 \end{cases}$; $\begin{cases} x > 17/3 \\ x > -1 \end{cases}$ $x > 5\frac{2}{3}$.

$lg(3x-17) = lg(x+1)$

3x-17=x+1

3x-x=17+1

2x=18

x=9 - *уд. ОДЗ*

Ответ: x=9

Замечание: *Можно решить без ОДЗ, но тогда обязательна проверка!*

3.Если в уравнении логарифмы с разными основаниями

$log_a f(x) = log_{\sqrt{a}} g(x);$

ОДЗ: $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ a > 0, a \neq 1 \end{cases}$

1)Сведите логарифмы к одному основанию

2)Отбор корней, удовлетворяющих ОДЗ.

<u>Пример 1:</u>

$$log_{\sqrt{2}} x + 4\,log_4 x + log_8 x = 13$$

$$2log_2 x + 4 * \frac{1}{2} log_2 x + \frac{1}{3} log_2 x = 13$$

$$2log_2 x + 2\,log_2 x + \frac{1}{3} log_2 x = 13$$

$$4\frac{1}{3} log_2 x = 13$$

$\frac{13}{3} log_2 x = 13$, $log_2 x = 13 : \frac{13}{3}$

$log_2 x = 3$, $x=2^3$, $x=8$

Ответ: x=8.

4.Метод введения новой переменной

$a(log_m x)^2 + blog_m x + c = 0;$

ОДЗ: $\begin{cases} x > 0 \\ m > 0, m \neq 1 \end{cases}$

Пусть $t = log_m x;$ $at^2+bt+c=\boldsymbol{0}$

Решим квадратное уравнение

$D = b^2 - 4ac;$

$t1 = \frac{-b + \sqrt{d}}{2a};$

$t2 = \frac{-b - \sqrt{d}}{2a};$

$log_m x = t1;$ $x = m^{t1};$

$log_m x = t2;$ $x = m^{t2};$

Пример 1:

$\log^2_2 x+2\log_2 x-3=0$

ОДЗ: $x > 0$

$\log_2 x = t$, $t > 0$

$t^2+2t-3=0$ $t_1=1$, $t_2=-3$ –посторонний корень, т.к. $t > 0$

$\log_2 x = 1$, $\log_2 x = \log_2 2$, $x=2$

Ответ: x=2.

Пример 2: (разные основания и ввод новой переменной)

$\log_3 x + log_x 9 = 3$

$\log_3 x + \frac{\log_3 9}{\log_3 x} = 3$ $/*\log_3 x$

$\log_3^2 x+\log_3 9=3\log_3 x$

$\log_3^2 x+2=3\log_3 x$

$\log_3^2 x -3\log_3 x+2=0$

$\log_3 x=t$, $t^2-3t+2=0$, $t_1=2$, $t_2=1$

1. $\log_3 x=t_1$, $\log_3 x=2$, $\log_3 x=\log_3 9$, $x=9$
2. $\log_3 x=t_2$, $\log_3 x=1$, $\log_3 x= \log_3 3$, $x=3$

Ответ: 9;3.

Задания:

1 вариант

2 вариант

Решите уравнения:

1 вариант:

1. $\log_4(2x + 3) = 3.$
2. $\log_3(x - 8) + \log_3 x = 2.$
3. $\log_{\sqrt{3}} x + \log_9 x = 10.$
4. $\log_3 x = 3 \log_3 2 + 4 \log_9 5.$
5. $\log_4 x + \log_8 x = 5.$
6. $\log_2^2 x - 4 \log_4 x = 3.$
7. $\log_2 x + \log_x 2 = 2{,}5.$

2 вариант:

1. $\log_5(2x - 1) = 2.$
2. $\log_2(x - 2) + \log_2 x = 3.$
3. $\log_8 x + \log_{\sqrt{2}} x = 14.$
4. $\log_2 x = 6 \log_8 9 - 2 \log_2 3.$
5. $\log_9 x - \log_{27} x = \frac{2}{3}.$
6. $\log_5^2 x - 2 = 3 \log_{125} x.$

7) $\log_2 x - 2 \log_x 2 = -1.$

Практическая работа № 17 «Решение логарифмических уравнений и неравенств».

Цель занятия: Обобщение свойств логарифмов, применение их к решению уравнений; неравенств

Логарифмические неравенства

Неравенство, содержащее неизвестное под знаком логарифма или (и) в его основании называется **логарифмическим неравенством**.

В процессе решения логарифмических неравенств часто используются следующие утверждения относительно равносильности неравенств и учитываются свойства монотонности логарифмической функции.

Утверждение 1. Если $a > 1$, то неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно системе неравенств

$$\begin{cases} f(x) > g(x), \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

Утверждение 2. Если $0 < a < 1$, то неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно системе неравенств

$$\begin{cases} f(x) < g(x), \\ f(x) > 0. \end{cases}$$

Утверждение 3. Неравенство $\log_{h(x)} f(x) > \log_{h(x)} g(x)$ равносильно совокупности систем неравенств

$$\left[\begin{cases} h(x) > 1, \\ f(x) > g(x) > 0, \end{cases}\right.$$

$$\begin{cases} 0 < h(x) < 1, \\ 0 < f(x) < g(x). \end{cases}$$

Подчеркнем, что в неравенстве $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ вместо знака $>$ может фигурировать любой из знаков $\geq$, $<$, $\leq$.
В этом случае ***утверждения 1-3*** соответственно преобразуются.

Пример 17. Решите неравенство: $\log_3(x-1)+\log_3(x+5)<\log_3(5x+1)$.
Решение. Используя свойства логарифмов, преобразуем левую
часть:
$$\log_3(x-1)+\log_3(x+5)=\log_3((x-1)(x+5))=\log_3(x^2+4x-5)$$
и решим систему неравенств:
$$\begin{cases} x-1>0 \\ x+5>0 \\ 5x+1>0 \\ x^2+4x-5<5x+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>1 \\ x^2-x-6<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>1 \\ -2<x<3 \end{cases} \Rightarrow 1<x<3.$$
Обращаю ваше внимание на то, что положительным должно быть каждое логарифмируемое выражение, а не только их произведение.
Ответ: (1; 3).

Пример 18. Решите неравенство $\log_3\frac{1+2x}{1+x}<1$.
Решение:

$$\log_3\frac{1+2x}{1+x}<1 \Leftrightarrow \log_3\frac{1+2x}{1+x}<\log_3 3 \Leftrightarrow 0<\frac{1+2x}{1+x}<3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1+2x}{1+x}<3, \\ \dfrac{1+2x}{1+x}>0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x+2}{1+x}>0, \\ \dfrac{1+2x}{1+x}>0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<-2, \\ x>-1; \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x<-1, \\ x>-\dfrac{1}{2}; \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-2, \\ x>-\dfrac{1}{2}. \end{array}\right.$$

Ответ: $(-\infty;-2)\cup(-0,5;+\infty)$.

Пример 19. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{5}}\left(2x^2+5x+1\right)<0$.

Решение:

$$\log_{\frac{1}{5}}\left(2x^2+5x+1\right)<0 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{5}}\left(2x^2+5x+1\right)<\log_{\frac{1}{5}}1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x^2+5x+1>1 \Leftrightarrow 2x^2+5x>0 \Leftrightarrow x\cdot(2x+5)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-\dfrac{5}{2}, \\ x>0. \end{array}\right.$$

Ответ: $(-\infty;-2,5)\cup(0;+\infty)$.

Выполните следующие задания:

1 ВАРИАНТ

1. $\dfrac{x^2-14x-15}{10-4x}>0$
2. $\sqrt{x+3}=\sqrt{5-x}$
3. $\sqrt{x+11}=x-1$
4. $\sqrt{x^2+x+4}=4$
5. $\log_2(1-2x)<0$.
6. $\log_{\frac{1}{2}}(2x+5)>-3$.
7. $\log_3(x^2-x+3)>2$

8. $\ln(4x-5) \le \ln(5x-8)$

9. $\log_{\frac{1}{2}}(x+8) > log_{\frac{1}{2}}(x-3) + \log_{\frac{1}{2}}(3x)$

10. $49^{x+1} \le \left(\frac{1}{7}\right)^{x}$

11. $9^x + 8 \cdot 3^x > 9$

12. $2 \cdot 3^{x+1} - 3^x < 15$

2 ВАРИАНТ

1. $\frac{5x^2+4x-1}{7-2x} < 0$

2. $\sqrt{x+4} = \sqrt{2x-1}$

3. $\sqrt{x+10} = x-2$

4. $\sqrt{x^2-x-3} = 3$

5. $\log_2(2x+1) > 4$

6. $\log_{\frac{1}{5}}(2x+3) > -3$

7. $\log_2(x^2+x+2) > 3$

8. $\lg(2x-3) \le \lg(3x-5)$

9. $\log_{\frac{1}{2}}(2x+15) > log_{\frac{1}{2}}(5x) + \log_{\frac{1}{2}}(x-4)$

10. $9^x \le \left(\frac{1}{27}\right)^{2-x}$

11. $4^x - 3 \cdot 2^x > 4$

12. $2^x + 3 \cdot 2^{x-3} < 22$

Логарифмические неравенства

Решите неравенства

1. $\log_5(2x + 3) > \log_5(x - 1)$
2. $\log_{1/2}(2x - 5) < -2$
3. $\lg^2 x + 3\lg x < 4$
4. $4^{x-1} > 7$
5. $\frac{x+2}{\lg x} \geq 0$
6. $\lg^2 x^2 + 3\lg x > 1$
7. $3^{\log_3(x+5)} \leq 2$

8*) $2^{\sqrt{x+1}} - x\lg x > 0$

9*) $\sqrt{\log_x \sqrt{5x}} < -\log_x 5$

10) $\log_{2x+1}(3 - 2x) < 1$

11) $\log_{x^2-8} 0{,}8 < 0$

12) $2\log_5 x - \log_x 5 > 1$

13) $\log_3 \log_{1/2}(2x + 1) > 0$

14) $x^{\frac{\lg x+5}{3}} \leq 10^{5+\lg x}$

15) $(x + 1)\log_{0,7} 3 - \log_{0,7} 27 > 0$

8. $\log_3(1 - x) < \log_3(3 - 2x)$
9. $\log_{1/2}(2x + 5) > -3$
10. $\lg^2 x + 5\lg x + 6 > 0$
11. $(3^x - 1)(3^x - 2) \leq 0$
12. $\frac{x}{\lg(x+1)} \geq 0$
13. $3\log^2_{1/2} x - 2\log_2 x \leq 5$
14. $8^{\log_8(3-2x)} \geq 3$

8*) $2^{\sqrt{10-x}} - (x-9)\lg(x-9) \leq 0$

9*) $\log_x 2x \leq \sqrt{\log_x(2x^3)}$

10) $\log_{x-2}(2x - 7) < 1$

11) $\log_{x^2-3} 0{,}2 > 0$

12) $3\log_7 x - 2\log_x 7 < 0$

13) $\log_2 \log_{\sqrt{5}}(x - 1) < 1$

14) $x^{\log_4 x - 2} > 2^{3(\log_4 x - 1)}$

15) $(5x - 2)\log_{1,2} 2 - 18\log_{1,2} 2 < 0$

Практическая работа № 18 «Решение систем логарифмических уравнений»

Цель: *закрепить навыки решения систем логарифмических уравнений*

Решите систему уравнений

1. $\begin{cases} x+y=6, \\ \log_2 x+\log_2 y=3. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2^x+\left(\frac{1}{3}\right)^y=5, \\ 2^{2x}+\left(\frac{1}{3}\right)^{2y}=13. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2^x+6\cdot 2^{-x}\le 7, \\ \frac{2x^2-6x}{x-4}\le x. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x+y=8, \\ \log_{12} x+\log_{12} y=1. \end{cases}$

5.

6. $\begin{cases} 3^x+10\cdot 3^{-x}\le 11, \\ \frac{2x^2-5x}{x-3}\le x. \end{cases}$

Практическая работа № 19 «Контрольная работа «Преобразование показательных и логарифмических выражений, простейшие показательные, логарифмические уравнения»

Цель: *контроль знаний и умений по данной теме*

Часть1

1. Сравнить:

1) $5^{-8,1}$ *и* 5^{-9}

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-12}$ *и* $\left(\frac{1}{2}\right)^{-11}$

2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{10}$ *и* $\left(\frac{1}{3}\right)^{11}$

2) $6^{\frac{1}{3}}$ *и* $6^{\frac{1}{5}}$

2. Решить уравнен

1) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x}=25$

2) $4^x+2^x-20=0$

1) $(0,1)^{2x-3}=10$

2) $9^x-7\cdot 3^x-18=0$

3) Решить неравенства:

1) $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}$ 1) $\left(1\frac{1}{5}\right)^x < \frac{5}{6}$

2) $\sqrt{5}^{\,x-6} < \frac{1}{5}$ 2) $\sqrt[3]{3}^{\,x+6} > \frac{1}{9}$

3) $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \geq 1$ 3) $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \leq 1$

4*) Решить систему уравнений:

$\begin{cases} x-y=4 \\ 5^{x+y}=25 \end{cases}$; $\begin{cases} x+y=-2 \\ 6^{x+5y}=36 \end{cases}$

5*) Решить уравнение:

$7^{x+1}+3\cdot 7^x = 2^{x+5}+3\cdot 2^x$ $3^{x+3}+3^x = 5\cdot 2^{x+4}-17\cdot 2^x$

Часть 2

1. Вычислить

1) $\log_{\frac{1}{2}} 16$ 1) $\log_3 \frac{1}{27}$

2) $5^{1+\log_5 3}$ 2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2\log_{1/3} 7}$

3) $\log_3 135-\log_3 20+2\log_3 6$ 3) $\log_2 56+2\log_2 12-\log_2 63$

2) Сравнить: $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4}$ *и* $\log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{5}$ $\log_{0,9} 1\frac{1}{2}$ *и* $\log_{0,9} 1\frac{1}{3}$

3. Решить уравнение: $\log_5(2x-1)=2$ $\log_4(2x+3)=3$

4. Решить неравенство: $\log_{\frac{1}{3}}(x-5)>1$ $\log_{\frac{1}{2}}(x-3)>2$

5*) Решить уравнение:

$\log_8 x+\log_{\sqrt{2}} x = 14$ $\log_9 x+\log_{\sqrt{3}} x = 10$

6*) Решить нерав-во: $\log_{\frac{1}{6}}(10-x)+\log_{\frac{1}{6}}(x-3)\geq -1$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-3)+\log_{\frac{1}{2}}(9-x)\geq -3$$

Практическая работа № 20 «Взаимное расположение прямых в пространстве»

Цель: *закрепить и систематизировать знания обучающихся об аксиомах стереометрии и их следствиях; определить уровень усвоения знаний по данной теме; оценить результат деятельности обучающихся.*

Варианты заданий

Вариант №1

1) Даны четыре точки A; B; C; E, не лежащие в одной плоскости. Могут ли пересекаться прямые AC и BE? Ответ поясните.

2) Точки M; P; K; T – середины соответствующих отрезков BC; DC; AD и AB (DCBA – тетраэдр). Найдите периметр четырёхугольника MPKT, если AC = 10см, BD = 16см.

3) Прямая EK, не лежащая в плоскости ABC, параллельна стороне AB параллелограмма ABCD. Выясните взаимное расположение прямых EK и CD.

Вариант №2

1) Даны четыре точки A; B; C; E, не лежащие в одной плоскости. Могут ли быть параллельными прямые AC и BE? Ответ поясните.

2) Точки E; M; K; P – середины соответствующих отрезков AB; AC; DC и DB (DCBA – тетраэдр). Найдите периметр четырёхугольника EMKP, если BC = 8см, AD = 12см.

3)Прямая MT, не лежащая в плоскости ABC, параллельна стороне BC параллелограмма ABCD. Выясните взаимное расположение прямых MT и CD

Практическая работа № 21 « Признак параллельности прямых»

Цель: *закрепить и систематизировать знания обучающихся о параллельных прямых в пространстве и о признаке параллельности прямой и плоскости.*

Задачи:

1. Треугольники ABC и ABD не лежат в одной плоскости. Докажите, что любая прямая, параллельная отрезку CD, пересекает плоскости данных треугольников.
1. На скрещивающихся прямых a и b отмечены соответственно точки M и N. Через прямую a и точку N проведена плоскость α, а через прямую и точку M – плоскость β.

   а) лежит ли прямая b в плоскости α?

   б) Пересекаются ли плоскости α и β? При положительном ответе укажите прямую, по которой они пересекаются.
1. Прямая a параллельна стороне BC параллелограмма ABCD и не лежит в плоскости параллелограмма. Докажите, что a и CD – скрещивающиеся прямые, и

найдите угол между ними, если один из углов параллелограмма равен: а) 50°; б) 121°.

2. Прямая а параллельна плоскости α. Сколько прямых, лежащих в плоскости α, параллельны прямой а? Параллельны ли друг другу эти прямые, лежащие в плоскости α?
3. Две прямые параллельны некоторой плоскости. Могут ли эти прямые: а) пересекаться; б) быть скрещивающимися?
4. Могут ли быть равны два непарных отрезка, заключенные между параллельными плоскостями?

7.Две стороны параллелограмма параллельны плоскости α. Параллельны ли плоскость α и плоскость параллелограмма?

5. Параллельные прямые AC и BD пересекают плоскость α в точках A и B. Точки C и D лежат по одну сторону от плоскости α, AC = 8 см, BD = 6 см, AB = 4 см. а) Докажите, что прямая CD пересекает плоскость α в некоторой точке E. б) Найдите отрезок BE.
6. Вершины A и B трапеции ABCD лежат в плоскости α, а вершины C и D не лежат в этой плоскости. Как расположена прямая CD относительно плоскости α, если отрезок AB является: а) основанием трапеции; б) боковой стороной трапеции?

Практическая работа № 22 «Признак параллельности плоскостей».

Цели:

1) Обобщить теоретические знания по теме: «Признак параллельности плоскостей. Свойства параллельных плоскостей».

2) Рассмотреть алгоритмы решений заданий теме «Признак параллельности плоскостей. Свойства параллельных плоскостей», решить задачи.

3) Формировать умения прогнозировать собственную деятельность, умение организовать свою деятельность и анализировать ее.

Задания:

Вариант 1.

1. Параллелограммы ABCD и ADFE лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону AD. Прямая m, параллельная BC, пересекает плоскости ABE и DCF соответственно в точках H и P. Докажите, что HPFE – параллелограмм.

2.Плоскости параллельны, a‖a1. Прямая a пересекает плоскости и соответственно в точках A и B , а прямая a1 пересекает плоскость в точке A1 . Постройте точку пересечения a1 с плоскостью . Поясните.

3. В тетраэдре DABC DBA = DBC = 90º, DB = 6, AB = BC =8, AC = 12. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через середину DB и параллельной плоскости ADC. Найдите площадь сечения.

Вариант 2.

1. Вне плоскости   расположен треугольник ABC, у которого медианы AA1 и BB1 параллельны плоскости . Через вершины B и C треугольника проведены параллельные прямые, которые пересекают плоскость соответственно в точках E и F. Докажите, что ECBF – параллелограмм .

2. Плоскости   параллельны. Прямая a пересекает плоскости   соответственно в точках A и B, а прямая b – в точках C и D . Найдите взаимное расположение прямых a и b. Поясните.

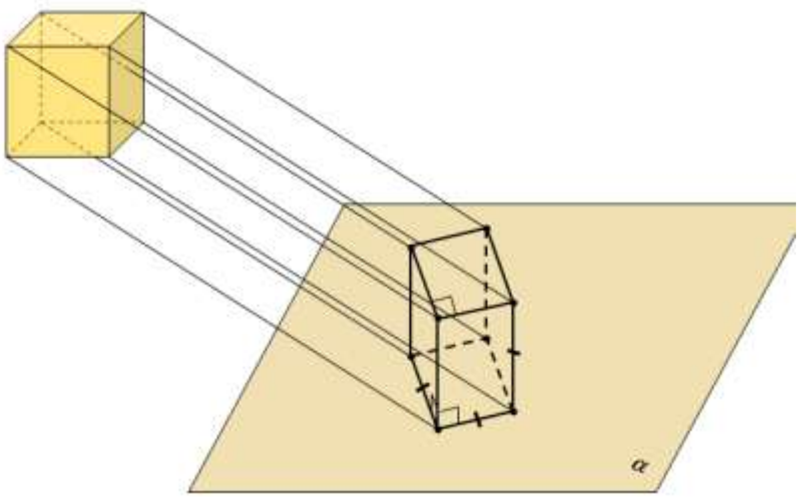
3. Все грани параллелепипеда ABCDA1B1C1D1 – квадраты со стороной a . Через середину AD параллельно плоскости DA1B1 проведена плоскость. Найдите периметр сечения.

Практическая работа № 23 «Изображение пространственных фигур на плоскости»

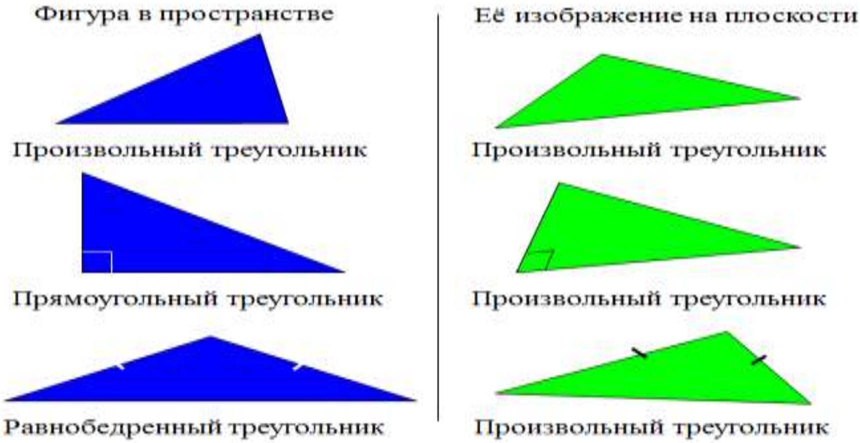
Цель: Повторить свойства параллельных прямых и плоскостей. Свойства параллельного проецирования. Научиться правильно изображать плоские фигуры и объёмные тела на плоскости.

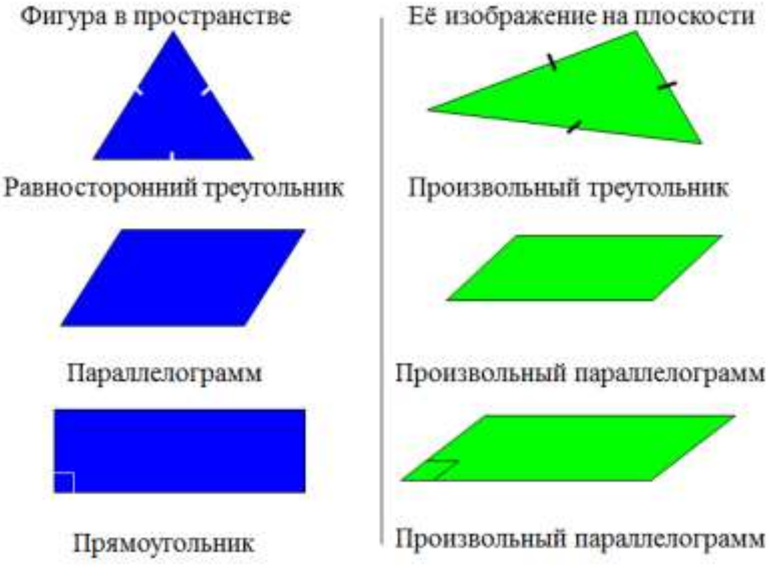
Практическая часть:

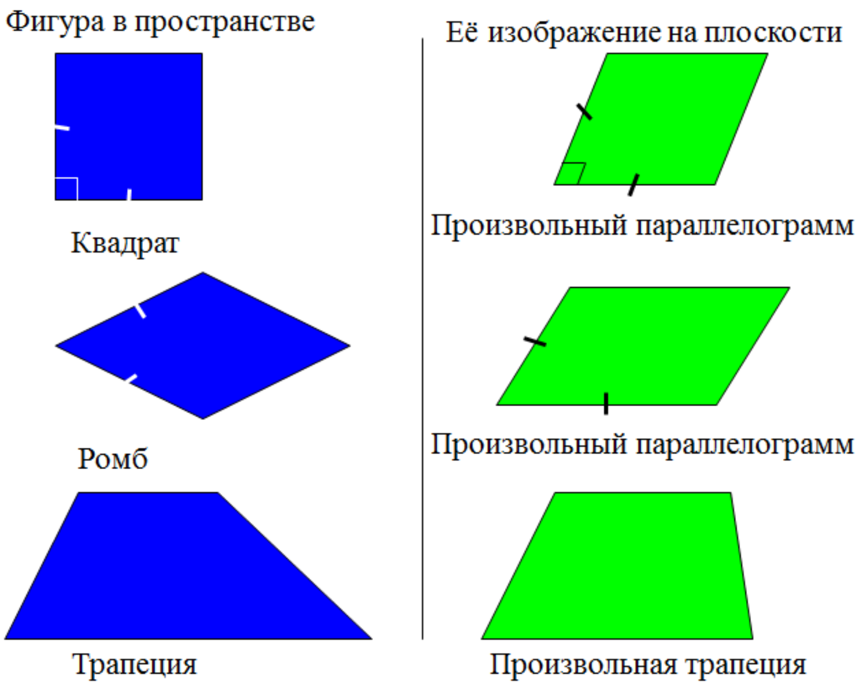
Построим изображение куба:

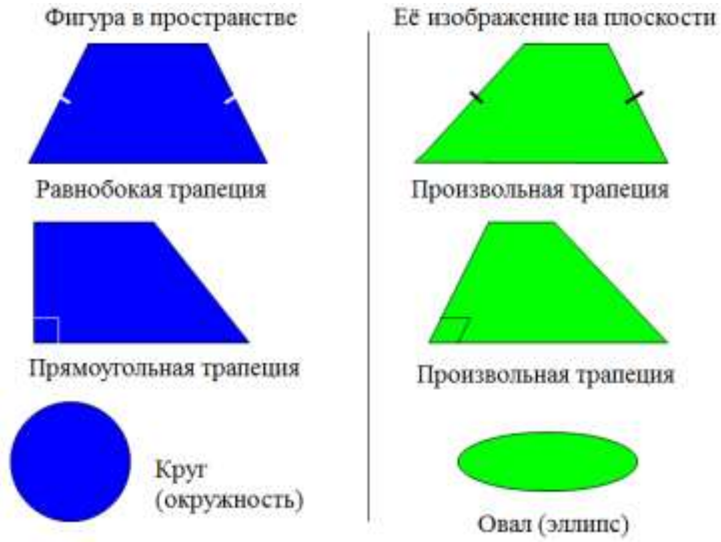


Далее разберем примеры изображения некоторых плоских фигур:






Фигура в пространстве
Её изображение на плоскости
Квадрат
Произвольный параллелограмм
Ромб
Произвольный параллелограмм
Трапеция
Произвольная трапеция


Фигура в пространстве
Её изображение на плоскости
Равнобокая трапеция
Произвольная трапеция
Прямоугольная трапеция
Произвольная трапеция
Круг
(окружность)
Овал (эллипс)

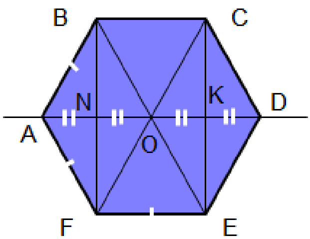
Разберемся, как построить изображение правильного шестиугольника.

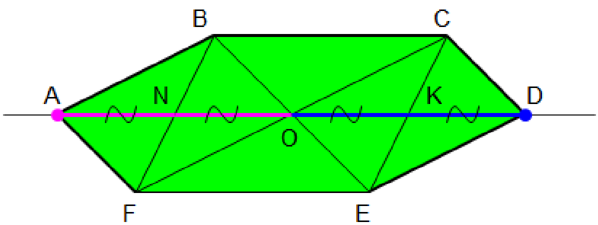
Разобьем правильный шестиугольник на три части: прямоугольник FBCE и два равнобедренных треугольника ΔFAB и ΔCDE. Построим вначале изображение прямоугольника FBCE – произвольный параллелограмм FBCE. Осталось найти местоположение двух оставшихся вершин – точек A и D.

Вспомнив свойства правильного шестиугольника, заметим, что: 1) эти вершины лежат на прямой, проходящей через центр прямоугольника и параллельной сторонам BC и FE; 2)OK=KD и ON=NA.

Значит:

1. Находим на изображении точку O и проводим через неё прямую, параллельную BC и FE, получив при этом точки N и K.
2. Откладываем от точек N и K от центра O на прямой такие же отрезки – в итоге получаем две оставшиеся вершины правильного шестиугольника A и D.





1. Что является параллельной проекцией отрезка, треугольника, прямоугольника, квадрата, окружности?

2. Какие величины не изменяются при параллельном проецировании? (длина отрезка, градусная мера углов, отношения длин отрезков, отношение площадей двух фигур)?
3. Может ли при параллельном проецировании параллелограмма получиться трапеция и наоборот?

Практическая работа № 24 «Признак перпендикулярности прямых»

Цели:

1) Обобщить теоретические знания по теме: «Перпендикулярность прямых. Перпендикулярность прямой и плоскости».

2) Рассмотреть алгоритмы решений заданий теме «Перпендикулярность прямых. Перпендикулярность прямой и плоскости», решить задачи.

3) Формировать умения прогнозировать собственную деятельность, умение организовать свою деятельность и анализировать ее.

Теоретический материал

Определение Прямая, пересекающая плоскость, называется перпендикулярной этой плоскости, если она перпендикулярна каждой прямой, которая лежит в данной плоскости и проходит через точку пересечения.

Теорема 1 ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ. Если прямая, пересекающая плоскость, перпендикулярна двум прямым в этой плоскости, проходящим через точку пересечения данной прямой и плоскости, то она перпендикулярна плоскости.

Теорема 2 1-ое СВОЙСТВО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ. Если плоскость перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и другой.

Теорема 3 2-ое СВОЙСТВО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ. Две прямые, перпендикулярные одной и той же плоскости, параллельны.

Пример 1: Докажите, что через любую точку прямой в пространстве можно провести перпендикулярную ей прямую.

Решение: пусть a - прямая и A - точка на ней. Возьмем любую точку X вне прямой a и проведем через эту точку и прямую a плоскость . В плоскости через точку A можно провести прямую b, перпендикулярную a.

Пример 2: Докажите, что через любую точку A можно провести прямую, перпендикулярную данной плоскости .

Решение: Проведем в плоскости две пересекающиеся прямые c и b. Через точку их пересечения проведем плоскости и перпендикулярные прямым b и ссоответственно. Они пересекаются по некоторой прямой a. Прямая a перпендикулярна прямым bи c, значит и плоскости . Проведем теперь через точку A прямую d, параллельную a. По теореме 2 она перпендикулярна плоскости .

Пример 3: Докажите, что если прямая параллельна плоскости, то все ее точки находятся на одинаковом расстоянии от плоскости.

Решение: Пусть а - данная прямая и - данная плоскость. Возьмем на прямой а две произвольные точки X и Y. Их расстояния до плоскости - это длины перпендикуляров XX1и YY1, опущенных на эту плоскость. По теореме 3 прямые XX1 и YY1 параллельны, следовательно, лежат в одной плоскости. Эта плоскость пересекает плоскость по прямойX1Y1.Прямая а параллельна прямой X1Y1, так как не пересекает содержащую её плоскость . Итак у четырехугольника XX1YY1противолежащие стороны параллельны. Следовательно, он параллелограмм, а значитXX1=YY1.

Задачи для самостоятельного решения

Задача №1: плоскости равностороннего треугольника ABC и квадрата BCDE перпендикулярны. Найдите расстояние от точки A до стороны DE, если AB.

Задача №2: 1.Диагональ BD ромба ABCD перпендикулярна к плоскости α. Как расположена по отношению к этой плоскости другая её диагональ?

Задача №3: Верхние концы двух вертикально стоящих столбов, удаленных на расстояние 4 м, соединены перекладиной. Высота одного столба 5 м, а другого - 8 м. Найдите длину перекладины.

Практическая работа № 25 «Теорема о трех перпендикулярах»

Цели:.

1) Обобщить теоретические знания по теме: «Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трёх перпендикулярах. Угол между прямой и плоскостью».

2) Рассмотреть алгоритмы решений заданий теме: «Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трёх перпендикулярах. Угол между прямой и плоскостью», решить задачи.

3) Формировать умения прогнозировать собственную деятельность, умение организовать свою деятельность и анализировать ее.

Задачи для самостоятельного решения:

1. Чему равен угол между ребром двугранного угла и любой прямой, лежащей в плоскости его линейного угла?

2. Треугольник *ABC* - прямоугольный *(*∟ *AC*-=90°), ∟.*A*=30°, *AC = a,*
DC ⊥ *ABC. DC* = а. Чему равен угол между плоскостями *ADB* и АСВ?

3. Через вершину прямого угла С равнобедренного прямоугольного
треугольника *ABC* проведена плоскость *α*, параллельная гипотенузе и составляющая с катетом угол 30°. Найдите угол

между плоскостью ABC и плоскостью α.

Практическая работа № 26 «Признак перпендикулярности плоскостей. Расстояние между скрещивающимися прямыми».

Цели: *обобщить теоретические знания по данной теме и применить их на практике*

Задачи для самостоятельного решения

1. Точка D не лежит в плоскости треугольника ABC, точки M, N и P – середины отрезков DA, DB и DC соответственно, точка K лежит на отрезке BN. Выясните взаимное расположение прямых: а) ND и AB; б) PK и BC; в) MN и AB; г) MP и AC; д) KN и AC; е) MD и BC.
1. Через точку M, не лежащую на прямой a, проведены две прямые, не имеющие общих точек с прямой a. Докажите, что по крайней мере одна из этих прямых и прямая a являются скрещивающимися прямыми.
1. Докажите, что если AB и CD скрещивающиеся прямые, то AD и BC также скрещивающиеся прямые.

Практическая работа № 27 «Преобразование симметрии. Движение в пространстве».

Цель: *1) сформировать наглядное представление о преобразовании симметрии в пространстве, показать применение преобразования симметрии на практике,*

рассмотреть явление симметрии в окружающей природе и её роль в жизни человека;
2)ввести понятие симметрии в пространстве, в частности симметрию относительно точки, прямой и плоскости; научить находить координаты точек симметричных данным.

Задачи:

Вариант 1.

1.Координаты точек: A(4;-3;2), B(-1;-5;4). Найдите сумму координат точки С, лежащей на оси У и равноудалённой от точек А и В.

а) 1,25; б) -3,25; в) 4,5; г) -2,5.

2.Дана точка А(3;1;-4). Точка В симметрична точке А относительно плоскости ХУ, а точка С симметрична точке В относительно оси У. Найдите расстояние между точками А и С.

а)6; б) 2√2; в) 4; г) 4√2.

Вариант 2

1.Координаты точек: Р(4;-5;2), С(-1;3;1). Найдите сумму координат точки К, лежащей на оси Z и равноудалённой от точек Р и С.

а) 14,75; б) 13; в)15,5; г) 17.

2. Дана точка В(-2;5;3). Точка С – симметрична точке В относительно плоскости XZ, а точка D симметрична точке С относительно оси Z. Найдите расстояние между точками В и D.

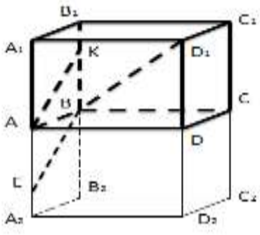
а) 4√2; б) 6; в) 4; г) 6√2.

Практическая работа № 28 «Углы между скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью».

Цель: *Рассмотреть теоретический аспект угла между скрещивающимися прямыми, обобщить все знания, полученные в ходе исследования*

Практическая часть.

Задача №1. На ребре BB1 куба ABCDA1B1C1D1 взята точка К так, что BK:KB1=3:1. Найдите угол между прямыми AK и BD1 (см. рис).



Задача №1.

1) AK и BD1 – скрещивающиеся прямые.

2) Д.П. достроим куб до призмы A1B1C1D1A2B2C2D2, где ABCDA2B2C2D2-куб. Отметить точку E на AA1 так, что AE : EA2=3:1. Тогда AK параллельна BE. Рассмотрим треугольник EBD1. Возьмем сторону AB=1; BE =1.25 (по теореме Пифагора).

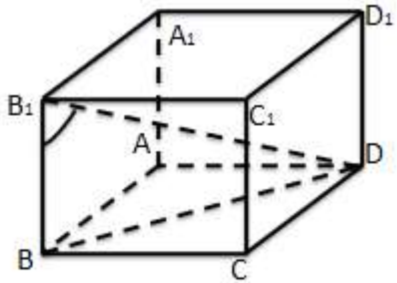
3), по правилу параллелепипеда.

4), по теореме Пифагора.

по теореме косинусов.

5)Получим , где α искомый угол.

Задача №2. В правильный 4-х угольной призме ABCDA1B1C1D1 сторона основания равна 2,боковое ребро равно 1. Найдите угол между AA1 и B1D(см.рис).

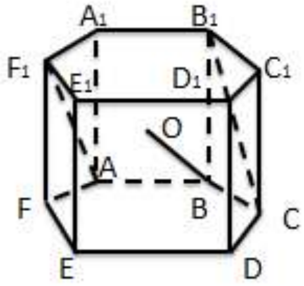


. Задача №2.

1. AA1 и B1D – скрещивающиеся прямые.
2. т. A - проекция AA1, на плоскость ABC.
3. BD- проекция BD1-на ABC, тогда

Задача №3. В правильной 6-ти угольной пирамиде ABC…F1 сторона основания равна корню квадратному из

2-х, а боковое ребро равно 1. Найдите угол между AF1 и B1C(см. рис.).



Задача №3

1. AF1 и B1C- скрещивающиеся прямые.
2. F1A||BO, где O-центр 6-ти угольника ABCDEF.
3. Рассмотрим тетраэдр OBB1C:, по теореме Пифагора; в правильном треугольникеOB1A1;BB1=1;BC= по условию

Задача №4. В правильной треугольной призме все ребра равны 1. Найдите угол между прямыми AC1 и CB1.

Контрольная работа «Прямые и плоскости в пространстве»

Цель: *контроль знаний и умений по данной теме*

Часть 1.

Вариант №1

1) $AB \perp \alpha$, М и К – произвольные точки плоскости α. Докажите, что $AB \perp MK$.

2) Треугольник ABC – правильный, точка О – его центр. Прямая ОМ перпендикулярна к плоскости ABC.

а) Докажите, что MA = MB = MC.

б) Найдите MA, если AB = 6см, MO = 2см.

Вариант №2

1) Дан треугольник ABC. $MA \perp ABC$. Докажите, что MA $\perp$ BC.

2) Четырёхугольник ABCD – квадрат, точка O – его центр. Прямая OM перпендикулярна к плоскости квадрата.

а) Докажите, что MA = MB = MC = MD.

б) Найдите MA, если AB = 4см, OM = 1см.

Часть 2.

Вариант №1

Из точки M проведён перпендикуляр MB, равный 4см, к плоскости прямоугольника ABCD. Наклонные MA и MC образуют с плоскостью прямоугольника углы $45°$ и $30°$ соответственно.

а) Докажите, что треугольники MAD и MCD прямоугольные.

б) Найдите стороны прямоугольника.

в) Докажите, что треугольник BDC является проекцией треугольника MDC на плоскость прямоугольника, и найдите его площадь.

Вариант №2

Из точки M проведён перпендикуляр MD, равный 6см, к плоскости квадрата ABCD. Наклонная MB образует с плоскостью квадрата угол .

а) Докажите, что треугольники MAB и MCB прямоугольные.

Практическая работа № 30 «Основные тригонометрические функции, основные тригонометрические тождества».

Цель: *проверить умения и навыки вычисления значений тригонометрических выражений; умений определять знак тригонометрического выражения; навыки упрощения тригонометрических выражений с помощью основных тригонометрических тождеств*

Практическая часть:

Вариант-I

1. Вычислите:

   $3\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{4}\cdot\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{3}$

2. Определите знак выражения:
   $\sin 300^0\cdot\cos 200^0$
3. Найдите: tgα, если cosα=$-\frac{15}{17}$, $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$
4. Упростите выражение
   $(1+\mathrm{ctg}^2\alpha)\cdot\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$

Вариант-II

11.Вычислите:

$12\sin\frac{\pi}{3}\cdot\cos\frac{\pi}{3}$

1. Определите знак выражения:
   $\sin 193^0\cdot\mathrm{tg}\,202^0$
2. Найдите: ctgα, если sinα=$\frac{12}{13}$, $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$
3. Упростите выражение
   $(1+\mathrm{tg}^2\alpha)\cdot\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

Практическая работа № 31 «Формулы приведения».

Цель: *проверить умения и навыки вычисления значений тригонометрических выражений с помощью формул приведения.*

Практическая часть:

1. Вычислите:

а) sin150º;

б) cos29ºcos16º - sin29ºsin16º;

в) sin240º + cos $\frac{17\pi}{6}$;

г) $\frac{\sin 13^\circ \cos 17^\circ + \cos 167^\circ \cos 107^\circ}{\sin 20^\circ \cos 10^\circ + \cos 160^\circ \cos 100^\circ}$;

д) ctg1ºctg2ºctg3º ·… ·ctg88° ·ctg89º

2.Упростите выражение:

а) $(ctg^2\alpha - \cos^2\alpha)(\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1)$;

б) $\cos(\frac{\pi}{12} + 2\alpha)\cos(\frac{5\pi}{12} - 2\alpha) - \sin(\frac{\pi}{12} + 2\alpha)\sin(\frac{5\pi}{12} - 2\alpha)$;

в) $\frac{tg^2 37{,}5^\circ - tg^2 7{,}5^\circ}{1 - tg^2 37{,}5^\circ tg^2 7{,}5^\circ}$

3.Найдите наибольшее значение выражения $\sqrt{3}\cos\alpha - \sin\alpha$

4. Вычислите при данных условиях $\frac{7\sin\alpha + 4\cos\alpha}{\sin\alpha - 5\cos\alpha}$, если tg α =2

5. Упростите выражение:

а) $(tg^2\alpha - \sin^2\alpha)(\frac{1}{\sin^2\alpha} - 1)$;

б) $\sin(\frac{\pi}{3} + 3\alpha)\cos(\frac{5\pi}{6} + 3\alpha) - \sin(\frac{5\pi}{6} + 3\alpha)\cos(\frac{\pi}{3} + 3\alpha)$;

в) $\dfrac{tg^2 37{,}5^\circ\, tg^2 7{,}5^\circ - 1}{tg^2 37{,}5^\circ - tg^2 7{,}5^\circ}$

6.Найдите наибольшее значение выражения $\cos\alpha + \sqrt{3}\sin\alpha$

7. .Вычислите при данных условиях $\dfrac{\sin\alpha + 8\cos\alpha}{5\sin\alpha - 2\cos\alpha}$, если tg α =3

Практическая работа № 32 «Формулы сложения».

Цель: *проверить умения и навыки вычисления значений тригонометрических выражений с помощью формул сложения.*

Практическая часть:

1. Вычислите:

а) sin390º;

б) cos76ºcos31º + sin76ºsin31º;

в) sin530º - cos $\dfrac{22\pi}{9}$;

г) $\dfrac{\sin 27^\circ \cos 33^\circ + \cos 153^\circ \cos 123^\circ}{\sin 20^\circ \cos 40^\circ + \cos 160^\circ \cos 130^\circ}$;

д) tg88ºtg86ºtg84º ·… ·tg2º

1. Упростите выражение:

а) $ctg^6\beta - \dfrac{\cos^2\beta - ctg^2\beta}{\sin^2\beta - tg^2\beta}$;

б) $\sin(\dfrac{\pi}{12} + 2\alpha)\sin(\dfrac{5\pi}{12} + 2\alpha) + \cos(\dfrac{\pi}{12} + 2\alpha)\cos(\dfrac{5\pi}{12} + 2\alpha)$;

в) $\dfrac{ctg^2\dfrac{5\pi}{24}ctg^2\dfrac{\pi}{24}-1}{ctg^2\dfrac{\pi}{24}-ctg^2\dfrac{5\pi}{24}}$

1. Найдите наибольшее значение выражения $\sqrt{3}\sin\alpha-\cos\alpha$

2. Вычислите при данных условиях $\dfrac{3\sin\alpha+4\cos\alpha}{4\cos\alpha-3\sin\alpha}$, если ctg$\alpha$ $=\dfrac{3}{4}$

Практическая работа № 33 «Формулы суммы и разности тригонометрических функций».

Цель: *проверить умения и навыки вычисления значений тригонометрических выражений с помощью формул суммы и разности.*

Практическая часть:

1 вариант

Доказать тождество:

$$1-4\sin^2\alpha=-4\sin\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)$$

Упростить:

$$2\sin\frac{\pi}{6}\cdot tg\frac{\pi}{4}+\cos(-\pi)-\sin\frac{\pi}{4}$$

2 вариант

Доказать тождество:

$$\frac{2\cos^2\alpha\cdot tg\alpha}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}=-tg2\alpha$$

Упростить:

$$\frac{\sin^2\alpha - 1}{\cos^2\alpha - 1} + ctg\alpha \cdot tg\alpha$$

3 вариант

Доказать тождество:

$$\frac{2\sin^2\alpha \cdot ctg\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} = tg2\alpha \;)$$

Упростить:

$$\frac{2\sin\alpha + \sin 2\alpha}{2\sin\alpha - \sin 2\alpha}$$

Практическая работа № 34 «Формулы двойного угла».

Цель: проверить умения и навыки вычисления значений тригонометрических выражений с помощью формул двойного угла

Практическая часть:

1. Запишите угол в виде 2α, *где* α - некоторый угол:

а) 30^0; б) 90^0; в) $\frac{\pi}{2}$; г) $\frac{\pi}{3}$; д) 4π; е) π; ж) $\frac{3\pi}{2}$

2. Упростите выражение:

а) $2\sin 15^0 \cos 15^0$

б) $4\sin 22^0 30' \cos 22^0 30'$

в) $5\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}$

г) $4\cos(-15^0)\sin(-15^0)$

3. Упростите выражение:

а) $(\cos 15^0)^2 - (\sin 15^0)^2$

б) $(\sin 15^0)^2 - (\cos 15^0)^2$

в) $(\cos 20^0)^2 - (\sin 20^0)^2$

4. Упростите выражение:

Вариант 1.

1. $\dfrac{\sin 40^0}{\sin 20^0}$; 2) $\dfrac{\sin 80^0}{\cos 40^0 + \sin 40^0}$.

Вариант 2.

1. $\dfrac{\sin 100^0}{\cos 50^0}$; 2) $\dfrac{\cos 36^0 + (\sin 18^0)^2}{\cos 18^0}$.

Практическая работа № 35 «Преобразование тригонометрических выражений».

Цель: *проверить умения и навыки вычисления значений тригонометрических выражений*

Практическая часть:

1) Вычислить

$\cos\dfrac{21\pi}{2}; 2\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right); tg930$	$\sin\dfrac{15\pi}{2}; \cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)\cdot 3tg\left(-\dfrac{\pi}{4}\right); ctg930°; \cos\dfrac{1}{}$
$\dfrac{\sin x - 3\cos x}{2\sin x + 5\cos x}$, если $tgx = -2$	$\dfrac{-2\sin x + 3\cos x}{4\cos x + 3\sin x}$, если $tgx = -3$

2) Решите уравнения

а) $\cos(-3x) = -1$;	а) $\sin(-2x) = -1$;

б) $tg(5п + x) = 0$ | б) $ctg(7п + x) = 0$

в) $\sin(2x + 6п) + \cos п/4 = \sqrt{2}/2$ | в) $\cos(8п + 3x) + 1 = tg п/4$

3) Упростите выражения

а) $\frac{\sin x - tgx}{\cos x - 1}$ | а) $\frac{\cos x - ctgx}{\sin x - 1}$

б) $\frac{1+\sin 2x+\sin\left(\frac{3}{2}\pi - 2x\right)}{1+\sin 2x-\sin\left(\frac{3}{2}\pi + 2x\right)}$ | б) $\frac{\sin(\pi - x)+\sin\frac{x}{2}}{1-\sin\left(\frac{3}{2}\pi - x\right)+\cos\frac{x}{2}}$

в) $\frac{1-(\sin x-\cos x)^2}{1-2\cos^2 x}$ | в) $\frac{\sin^4 x-\cos^4 x}{\sin x\cos x}$

ж*) $2\left(\sin^4\alpha+\sin^2\alpha\cos^2\alpha+\cos^4\alpha\right)^2-\sin^8\alpha-\cos^8\alpha$;

з*) $\sqrt{4\cos^4 4°+3-6\cos 8°}+\sqrt{4\sin^4 4°+3+6\cos 8°}$

4) Дано $\cos p = -5/13$, $п/2 < p < п$. Найти $\sin(п/3 - p)$ | **4)** Дано $\sin p = 8/17$, $п/2 < p < п$. Найти $\cos(п/6 - p)$

5) Сравните с 0 выражения

$\cos 5$; $tg 1{,}6п$; $\sin 11п/9$ | $\sin 4$; $\cos 1{,}8п$; $ctg 9п/7$

6) Найти x, если

$\sin 28° - \sin x = -2\sin 21°\cdot\cos 49°$ | $\cos 51° - \cos x = 2\sin 17°\cdot\sin 68°$

8*) $\sqrt{\sin x}+\sqrt{cosx}>1$; 9) $|\sin x| > \cos^2 x$; 10) $|18\cos x/3-4|\le 13$;

11) $|10\sin 2x+2|\ge 7$

12*) $\log_2(\cos^2 x - 1/2\cos x) \le -1$ 13*) $0{,}2^{\cos 2x} - 25^{-\cos^2 x} < 4\times(125)^{-0{,}5}$

14*) $\cos 2x + \sin 2x + \cos x - \sin x \le 1$, *при* $-п/2 < x < п/2$

15*) *Найти ООФ:* $y=\log_3\left(25-x^2\right)+\sqrt{\sin x-1/2};\ y=\log_\pi \log_{\cos 4x}(7-x)$

16*) *Найти решения неравенства* $\sqrt{\sin 2x}<\cos x-\sin x$, *удовлетлетворяющие условию* $|x|<\pi$

Контрольная работа по теме «Основы тригонометрии».

Цель: *выявление знаний учащихся, проверка степени усвоения ими изученного материала; развитие навыков самостоятельной работы*

1) *Вычислить:* $\cos 780^\circ;\sin\frac{13\pi}{6},\sin 780^\circ;\cos\frac{13\pi}{6}$

2) *Найти:* $\sin\alpha$, *если* $\cos\alpha=-\frac{12}{13};\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$;

$\cos\alpha$, *если* $\sin\alpha=-\frac{4}{5};\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$

3) *Упростит*

$1)\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)$

$2)\frac{\sin(-\alpha)+\cos(\pi+\alpha)}{1+2\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cos(-\alpha)}$

$1)\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)$

$2)\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)+\sin(2\pi+\alpha)}{2\cos(-\alpha)\sin(-\alpha)+1}$

4*) *Решить уравнение:* $\sin 5x\cos 4x-\cos 5x\sin 4x=1$;

$\cos 4x\sin 3x+\sin 4x\cos 3x=1$

5)* ***Доказать:*** $\cos 4\alpha+1=0{,}5\sin 4\alpha(ctg\alpha-tg\alpha)$**;**

$(tg\alpha+ctg\alpha)(1-\cos 4\alpha)=4\sin 2\alpha$

Практическая работа № 37 «Прямоугольная система координат в пространстве».

Цель: *проверить навыки и умения нахождения координат вектора в пространстве*

Практическая часть:

Вариант №1

1) Найдите координаты вектора $\vec{в}$, $\vec{в} = 2(\vec{i} + \vec{j}) - 3(\vec{k} - \vec{i})$

2) Даны $\vec{a}\{-1;3;3\}; \vec{в}\{2;-1;0\}; \vec{c}\{1;-1;2\}$. Найдите координаты вектора $\vec{p} = 2\vec{a} - \vec{в} + \vec{c}$.

3) Точки A(2; –1;0) и B(–2;3;2) являются концами диаметра окружности. Найдите координаты центра окружности и её радиус.

4) Даны точки A(0;4;–1), B(1;3;0),C(0;2;5). Найдите длину вектора $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB}$.**Вариант №2**

1) Найдите координаты вектора $\vec{в}$, $\vec{в} = 5(\vec{i} - \vec{k}) - 2(\vec{j} + \vec{k})$.

2) Даны $\vec{a}\{-1;3;3\}; \vec{в}\{2;-1;0\}; \vec{c}\{1;-1;2\}$. Найдите координаты вектора $\vec{p} = \vec{a} + 2\vec{в} - \vec{c}$.

3) Треугольник ABC задан координатами его вершин A(3;–4;2), B(–3;2;–4), C(1;3; –1). Найти длину медианы CM.

4) Даны точки A(1;-1;0), B(-3;-1;2), C(-1;2;1).Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}$.

Практическая работа № 38 « Формула расстояния между двумя точками».

Цель: *закрепить знания и совершенствовать умения по нахождению координат точек и координат векторов, нахождение скалярного произведения векторов, а также выполнять простейшие задачи в координатах***.**

Практическая часть

1) Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 2. Вычислите скалярное произведение векторов а) $\overrightarrow{DA_1} и \overrightarrow{BB_1}; \overrightarrow{A_1B} и \overrightarrow{BC_1}$ б) $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC_1}$; $\overrightarrow{D_1A}$ и $\overrightarrow{CC_1}$.

2) Вычислите косинус угла между векторами и выясните, какой угол (острый, прямой или тупой) образуют эти векторы, если

а) $\vec{a} = 7\vec{j} + 2\vec{k} - \vec{i}; \vec{b} = -\vec{k} - 2\vec{i} + 5\vec{j}$ б) $\vec{a} = 3\vec{j} - \vec{k} - 4\vec{i}; \vec{b} = \vec{i} - \vec{k} + 2\vec{j}$

3) Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно р. Вычислите:

а) угол между прямыми AB_1 и BC_1 (A_1B и AD_1)

б) расстояние между серединами отрезков AB_1 и BC_1 (AC_1 и B_1C)

4) Вычислите угол между прямыми AB и CD, если а)A($\sqrt{3}$;1;0);B(0;0;$2\sqrt{2}$); C(0;2;0); D($\sqrt{3}$;1;$2\sqrt{2}$) б) A(6;–4;8); B(8;–2;4); C(12;–6;4); D(14;–6;2)

Практическая работа № 39 «Векторы в пространстве»

Цель: *выявить уровень знаний обучающихся по данной теме*

Практическая часть:

Часть 1

1. Какому из указанных векторов равен вектор $\bar{c}$ (1; 2;3)?

А) $\bar{b}$ (2; 3; 1) Б) $\bar{a}$ (3;1;2) В) $\bar{x}$ (1;2;3) Г) $\bar{n}$ (1;3;2)

1. Найдите скалярное произведение векторов n (-1; 3; -2) и m (0; -1; 5)

А) -14; Б) -13; В) 0; Г) 7; Д) 4.

3. При каких значениях n векторы $\bar{a}$ (1;-1; n) и $\bar{b}$ (n; 1; n) коллинеарны?

А) ни при каких; Б) при n=-1; В) при n=1; Г) при n= ⊥1.

Часть 2

1. Вычислите длину вектора $\bar{m} = 2\bar{a} + 3\bar{b}$, если $\bar{a}$ (1;1;-1), $\bar{b}$ (2; 0; 0).

2. При каком значении р векторы $\bar{a}$ (3; р; -1) и $\bar{b}$ (р; -2; 5) взаимно перпендикулярны?

3. Разложите вектор a (5; -17; 11) по векторам $\bar{m}$ (3; -2; 0), n (-2; 4; 1) и k (-1; -3; 4)

Часть 3

1. Найдите градусную меру угла φ между векторами $a = 3p + q$ и $b = p + 2q$, где p и q - единичные и взаимно перпендикулярные векторы.

Практическая работа № 40 «Действия над векторами в пространстве»

Цель: *повторить действия с векторами*

Практическая часть:

1. Найдите скалярное произведение векторов n (-1; 3; -2) и m (0; -1; 5)
2. Построить $\vec{a}$ =-2 $\vec{i}$ +5 $\vec{j}$ -4 $\vec{k}$ в системе координат ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$).
3. Найти координаты вектора $\vec{n}$ =2 $\overrightarrow{KE}$ -4 $\overrightarrow{KM}$, если Е(-1;4;-3), К(0;-2;3),

М(-7;0;-1)

1. Найти $|\vec{a}-3\vec{c}|$, если $\vec{a}$ = $\vec{i}$ -3 $\vec{k}$, $\vec{c}$ =-3 $\vec{i}$ -2 $\vec{j}$
2. Найти косинус угла между векторами $\vec{в}$ и $\vec{c}$, если $\vec{в}$ (2;-4;7), $\vec{c}$ (-3;-2;0)
3. *Определите перпендикулярны ли векторы (2 $\vec{a}$ + $\vec{c}$) и ($\vec{a}$ -3 $\vec{в}$), если*

$\vec{a}$ (1;0;-3), $\vec{в}$ (2;-4;7), $\vec{c}$ (-3;-2;0)

Контрольная работа по теме «Координаты и векторы в пространстве»

Цель: *проверка знаний и умений по данной теме*

Вариант №1

1) Даны $\vec{a}\{2;-4;3\}, \vec{в}\{-3;0,5;1\}$. Найдите координаты вектора $\vec{c}=\vec{a}+\vec{в}$.

2) Даны $\vec{a}\{1;-2;0\}; \vec{в}\{3;-6;0\}; \vec{c}\{0;-3;4\}$. Найдите координаты вектора $\vec{p}=2\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{в}-\vec{c}$.

3) Найдите значения m и n, при которых векторы $\vec{a}\{6;n;1\}$ и $\vec{в}\{m;16;2\}$ коллинеарны.

Вариант №2

1) Даны $\vec{a}\{1;-3;-1\}, \vec{в}\{-1;2;0\}$. Найдите координаты вектора $\vec{c}=\vec{a}-\vec{в}$.

2) Даны $\vec{a}\{2;4;-6\}, \vec{в}\{-3;1;0\}; \vec{c}\{3;0;-1\}$. Найдите координаты вектора $\vec{p}=-0,5\vec{a}+2\vec{в}-\vec{c}$.

3) Найдите значения m и n, при которых векторы $\vec{a}\{-4;m;2\}$ и $\vec{в}\{2;-6;n\}$ коллинеарны.

Практическая работа № 42 «Тригонометрические функции и их графики».

Цель: *научиться строить графики тригонометрических функций*

Практическая часть:

Постройте графики функций: (для всех вариантов) Оценивается правильность построения и аккуратность при выполнении построений.

1. $y=\sin x$,
2. $y=\cos x$
3. $y=tgx$
4. $y=ctgx$

1. Как называется график функции y=sin x. Какими свойствами обладает эта функция?

2. Как называется график функции y= cos x. Какими свойствами обладает эта функция?

3. Как называется график функции y= tg x. Какими свойствами обладает эта функция?

4. Как называется график функции y= ctg x. Какими свойствами обладает эта функция?
5. Перечислите основные преобразования графиком функций.

Практическая работа № 43 «Преобразование графиков».

Цель: *Применять на практике основополагающие понятия по теме «Функции и их свойства».*

Практическая часть:

I вариант	**II вариант**
1. ***Найти область определения функции*****:**	
1) $y=\sqrt{x^2-8x+15}$ **;** **2)** $y=\dfrac{3x-2}{4x^2-4}$ **.**	**1)** $y=\sqrt{x^2+x-6}$ **;** **2)** $y=\dfrac{5x^3+1}{x^2-9}$ **.**
2. Установить четность или нечетность функции	
$y=\dfrac{12}{x}-1$	$y=\dfrac{4}{x}$
3. ***Построить график функции*****:**	
1) $y=x^2+x-6$ **2)** $y=\dfrac{12}{x}-1$	**1)** $y=x^2-4$ **2)** $y=\dfrac{4}{x}$ **.**

Практическая работа № 44 «Преобразование графиков тригонометрических функций»

Цель: *На конкретных примерах научиться преобразовывать графики тригонометрических функций*

Практическая часть:

Постройте графики функций, выполнив преобразования:

1. А) $y = -2\sin x$ Б) $y = 0{,}5\cos 2x - 1$ В) $y = \left|1{,}5\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right| - 1$
2. А) $y = |0{,}5\sin x|$ Б) $y = 2{,}5\cos 0{,}5x + 2$ В) $y = \left|3\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right| - 1$
3. А) $y = -2\cos x$ Б) $y = 2{,}5\sin 0{,}5x + 1$ В) $y = \left|2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right| - 1$
4. А) $y = |0{,}5\cos x|$ Б) $y = 0{,}5\sin 2x - 2$ В) $y = \left|2\cos x\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right| + 1$
5. А) $y = |\cos 2x|$ Б) $y = 2{,}5\sin 0{,}5x + 2$ В) $y = \left|2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1\right|$
6. А) $y = -0{,}5\cos x$ Б) $y = 1{,}5\sin 0{,}5x + 2{,}5$ В) $y = \left|2\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1\right|$
7. А) $y = |\sin 2x|$ Б) $y = 3\cos 0{,}5x - 1{,}5$ В) $y = \left|2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right| + 1{,}5$
8. А) $y = -\sin 0{,}5x$ Б) $y = 3\cos 2x - 1{,}5$ В) $y = \left|2\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right| - 2$
9. А) $y = |\cos 0{,}5x|$ Б) $y = 2{,}5\sin 2x - 0{,}5$ В) $y = \left|2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1{,}5\right|$
10. А) $y = -\cos 2x$ Б) $y = 3\sin 0{,}5x + 0{,}5$ В) $y = \left|2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 0{,}5\right|$

Сделайте выводы, ответив на вопросы.

1. Как называются графики тригонометрических функций?
2. Какие преобразования графиков функций вы знаете?

3. Как выполняется преобразование сжатия и растяжения относительно оси X, относительно оси У?

Практическая работа № 45 «Чётные и нечётные функции. Периодичность тригонометрических функций»

Цель: *определение и свойства четной и нечетной функций; определения и свойства периодической функции*

Практическая часть:

1)Какие из данных функций являются четными, а какие нечетными:

а) $y = 2\sin x$;

б) $y = \sin^2 x$;

в) $y = -\cos x$;

г) $y = -tgx$;

д) $y = ctg3x$

2) Назовите наименьший положительный период функции:

а) $y = 2\sin 2x$;

б) $y = 3\cos 4x$;

в) $y = \sin(-2x)$;

г) $y = tg2x$;

д) $y = \cos\frac{1}{3}x$;

е) $y = \sin(x + \frac{\pi}{3})$;

ж) $y = 2\cos(x + \frac{\pi}{4})$;

з) $y = \frac{1}{2} tg(2x + \frac{\pi}{4})$;

и) $y = \sin \frac{x}{2} + tgx$;

к) $y = \sin 2x + \cos x$?

Практическая работа № 46 «Возрастание и убывание функций. Экстремумы функции».

Цель: *проверить навыки и умения по нахождению промежутков возрастания, убывания функции, экстремумов функции.*

Практическая работа:

1 вариант

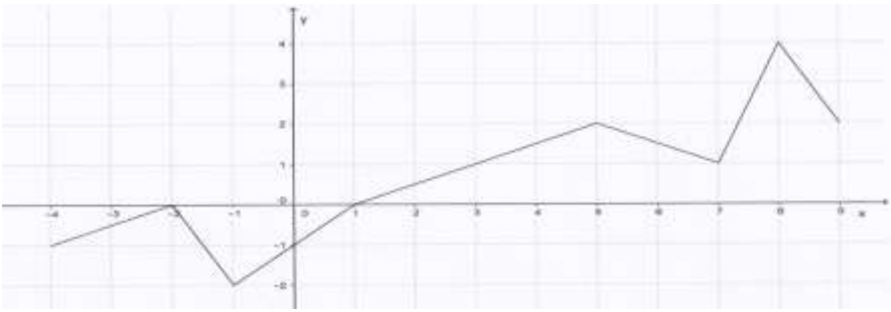
1.Выберите среди функций возрастающую, найдите f (-2) и запишите это значение в ответ.

а) f(x) =

б) $f(x) = 1 – 5x$

в) $f(x) = 3x^2 – x +7$

2.На рисунке изображен график функции $y = f(x)$.



Найдите: а) промежутки возрастания функции; б) промежутки убывания функции; в) точки максимума функции; г) точки минимума функции; д) максимумы функции; е) минимумы функции.

3.Найдите промежутки возрастания и убывания функции $y = -x^2 + 6x$.

2 вариант

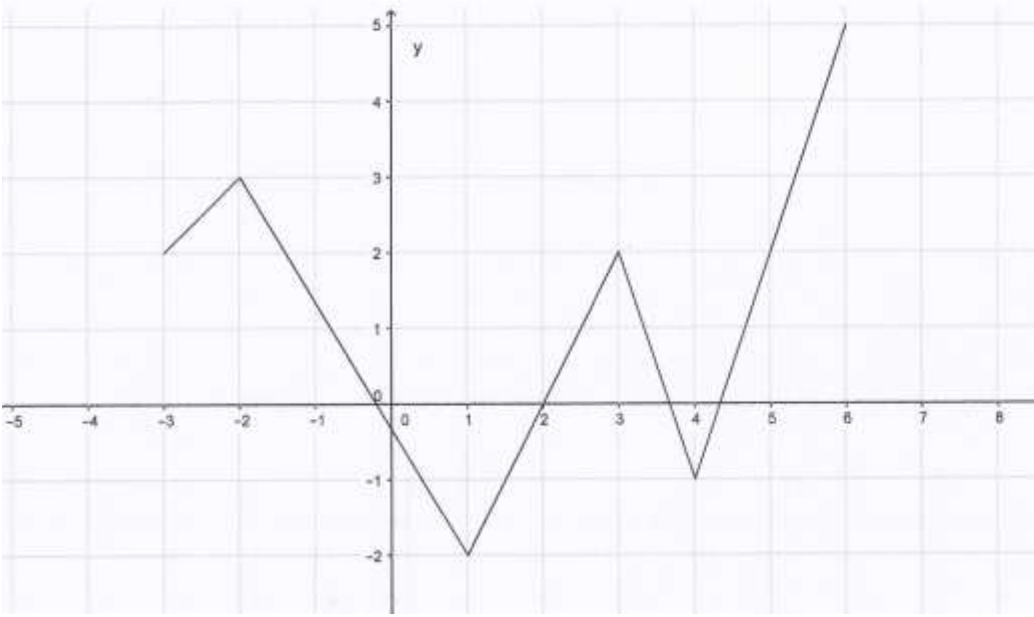
1.Выберите среди функций убывающую, найдите f (-2) и запишите это значение в ответ.

а) f(x) =

б) f(x) = 10 + 2x

в) $f(x) = -2x^2 - 5x + 1$

2.На рисунке изображен график функции y = f(x).



Найдите: а) промежутки возрастания функции; б) промежутки убывания функции; в) точки максимума функции; г) точки минимума функции; д) максимумы функции; е) минимумы функции.

3.Найдите промежутки возрастания и убывания функции $y = x^2 - 1$.

Практическая работа № 47 «Исследование функций».

Цель: *формирование навыков исследования функций*

Практическая часть:

Общая схема исследования функций:

Найти область определения функции.

Исследовать поведение функции на концах области определения.

Найти точки разрыва функции и ее односторонние пределы в этих точках. Найти вертикальные асимптоты.

Выяснить, является функция четной, нечетной, периодической.

Найти точки пересечения графика функции с осями координат и интервалы знакопостоянства функции.

Найти наклонные асимптоты графика функции.

Найти точки экстремума и интервалы возрастания и убывания функции.

Найти точки перегиба графика функции и интервалы его выпуклости и вогнутости.

Построить схематический график функции, используя все полученные результаты.

Вариант 1

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке:

$$y = \frac{x+6}{x^2+13};\ [-5;5]$$

2. Исследовать функцию и построить ее график:

$$y = \frac{x}{(x-1)^2}$$

Вариант 2

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y = \frac{x}{2} + \cos x;\ [0;\pi]$

2. Исследовать функцию и построить ее график:

$$y = \frac{x^3+16}{x}$$

Вариант 3

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y = \frac{x-3}{x^2+16};\ [-5;10]$

2. Исследовать функцию и построить ее график:

$$y = \frac{x^3-1}{4x^2}$$

Вариант 4

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y = \frac{x+3}{x^2+7};\ [-3;7]$

2. Исследовать функцию и построить ее график:

$$y = \frac{x - 1}{x^2 - 2x}$$

Вариант 5

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y = \frac{x}{2} - \sin x;\ \left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$

2. Исследовать функцию и построить ее график:

$$y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$$

Вариант 6

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y = \frac{x}{x^2 + 16};\ [-3;7]$
2. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x^2 + 1}{x}$

Вариант 7

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y = \frac{x}{\sqrt{2}} - \cos x;\ [-\pi;\pi]$
2. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{2x - 1}{(x-1)^2}$

Вариант 8

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y = \frac{x - 4}{x^2 + 6};\ [-4;6]$

2. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{4x^2}{x^3 - 1}$

Вариант 9

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции отрезке: $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \cos x; [-\pi; \pi]$

2.Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{x}{3 + x^2}$

Вариант 10

1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке: $y = \cos x - \frac{x}{\sqrt{2}}; \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
2. Исследовать функцию и построить ее график: $y = \frac{2x}{1 + x^2}$
3.

Практическая работа № 48 «Исследование тригонометрических функций».

Цель: *научиться исследовать тригонометрические функции*

Практическая часть:

Исследовать функции:

- y=cos (2x)
- y=sin (3x)
- y=cos (x/2)
- y=sin (x/3)

- y=cos (x+2)
- y=sin (x+1)
- y=cos (x-2)
- y=sin (x-1)
- y=2 cos (x)
- y=3 sin (x)
- y=cos (x) /2
- y=sin (x)/3
- y=cos (x) +2
- y=sin (x) +3
- y=cos (x) -2
- y=sin (x) -3

Практическая работа № 48 «Решение примеров по теме: «Функции, их свойства и графики»

Цель: *выявление знаний учащихся, проверка степени усвоения ими изученного материала; развитие навыков самостоятельной работы*.

Практическая часть:

Вариант 1

1. Не выполняя построения, установите, принадлежит ли графику функции $y = -\mathbf{ctg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ точка:

а) $M\left(0; -\sqrt{3}\right)$; б) $P\left(\frac{\pi}{6}; 0\right)$.

2. Исследуйте функцию на четность.

а) $y = x^2 \sin 3x$; б) $y = |\operatorname{ctg} x| + \cos x$; в) $y = \dfrac{x^6}{2} - \sin x$.

3. Исследуйте функцию $y = |\operatorname{ctg} x| + \cos x$ на периодичность; укажите основной период, если он существует.

4. Решите графически уравнение $-\operatorname{tg} x = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

5. Постройте график функции, указанной в пункте а) или б).

а) $y = \cos\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right) + 1$; б) $y = 2\sin\dfrac{1}{2}x$.

6. При каком значении параметра *a* неравенство $a - x^2 \geq |\sin x|$ имеет единственное решение? Найдите это решение.

Вариант 2

1. Не выполняя построения, установите, принадлежит ли графику функции $y = \operatorname{tg}\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) + 1$ точка:

а) $M(\pi; 0)$; б) $P(0; -1)$.

2. Исследуйте функцию на четность.

а) $y = \dfrac{\sin 2x}{x^2}$; б) $y = \operatorname{tg} x + 3 + x^5$; в) $y = |\sin x| - \cos x$.

3. Исследуйте функцию $y=|\sin x|-\cos x$ на периодичность; укажите основной период, если он существует.

4. Решите графически уравнение $\operatorname{ctg} x=-\sqrt{3}$.

5. Постройте график функции, указанной в пункте а) или б).

а) $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)-1$; б) $y=\frac{1}{2}\cos 2x$.

6. При каком значении параметра *а* неравенство $a+x^2\le|\cos x|$ имеет единственное решение? Найдите это решение.

Вариант 3

1. Не выполняя построения, установите, принадлежит ли графику функции $y=-\sin x+2$ точка:

а) $M(\pi;2)$; б) $P\left(\frac{\pi}{6};0{,}5\right)$.

2. Исследуйте функцию на четность.

а) $y=\sin x-\operatorname{ctg} x$; б) $y=x^2+|\sin x|$; в) $y=x^3\cos 2x$.

3. Исследуйте функцию $y=\sin x-\operatorname{ctg} x$ на периодичность; укажите основной период, если он существует.

4. Решите графически уравнение $\sin x=\frac{2}{\pi}x$.

5. Постройте график функции, указанной в пункте а) или б).

а) $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1;$ б) $y = \frac{1}{2}\cos 3x.$

6. При каком значении параметра a неравенство $a - |\cos x| \geq \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2$ имеет единственное решение? Найдите это решение.

Вариант 4

1. Не выполняя построения, установите, принадлежит ли графику функции $y = -\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ точка:

а) $M\left(-\frac{\pi}{3}; 0\right);$ б) $P\left(\frac{\pi}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$

2. Исследуйте функцию на четность.

а) $y = \cos x - |\operatorname{tg} x|;$ б) $y = x + x^5 - \sin x;$ в) $y = \frac{\cos 5x}{x}.$

3. Исследуйте функцию $y = \cos x - |\operatorname{tg} x|$ на периодичность; укажите основной период, если он существует.

4. Решите графически уравнение $-\cos x = \frac{\pi}{2} - x.$

5. Постройте график функции, указанной в пункте а) или б).

а) $y = \mathrm{tg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1;$ б) $y = 2\sin 3x.$

Контрольная работа по теме «Функции, их свойства и графики».

Цель: *проверка знаний и умений по данной теме*

Вариант 1

1. Дана функция y = 3 - 2 sin x. Найдите для нее:

а) область определения;

б) область значений.

2. Для функции y = -5 cos 4x определите:

а) четность или нечетность (ответ обоснуйте);

б) наименьший положительный период.

3. Постройте график функции и уравнения:

а) $y = \mathrm{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right);$

б) $|y| = \sin x - \frac{1}{2}.$

Вариант 2

1. Дана функция y = 5 – 4 cos x. Найдите для нее:

а) область определения;

б) область значений.

2. Для функции y = 2 sin 3x определите:

а) четность или нечетность (ответ обоснуйте);

б) наименьший положительный период.

3. Постройте график функции и уравнения:

а) $y = \operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$;

б) $|y| = \cos x - \frac{1}{2}$.

Вариант 3

1. Определите четность или нечетность функции $y = x^2 \sin 2x + x^3 \cos 6x$ (ответ обоснуйте).

2. Найдите область определения и область значений функции $y = \sin^2 x + 6\sin x - 1$.

3. Определите наименьший положительный период функции $y = 2\sin x + 3\cos 2x - 1$.

4. Найдите минимальное и максимальное значения функции $y = 4\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$.

5. Постройте график функции и уравнения:

а) $y = 3\operatorname{ctg}|x|$;

б) $\sin(2y + x) = 1$.

Вариант 4

1. Определите четность или нечетность функции $y = x^2 \cos 3x - x \sin 5x$ (ответ обоснуйте).

2. Найдите область определения и область значений функции $y = \cos^2 x - 4\cos x + 5$.

3. Определите наименьший положительный период функции $y = 3\cos x - 4\sin 2x + 1$.

4. Найдите минимальное и максимальное значения функции $y = \operatorname{tg} x + 9\operatorname{ctg} x$.

5. Постройте график функции и уравнения:

а) $y = 2\operatorname{tg}|x|$;

б) $\cos(2y - x) = -1$.

Вариант 5

1. Определите четность или нечетность функции $y = 3x\cos 4x + x^3\operatorname{tg}|2x|$ (ответ обоснуйте).

2. Найдите область определения и область значений функции $y = 3\operatorname{tg} 2x + 12\operatorname{ctg} 2x$.

3. Определите наименьший положительный период функции $y = 3\operatorname{tg} 2x - \sqrt{2}\sin x + 2\sqrt{5}\cos 3x$.

4. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = 2\sin x - 3\cos^2 x + 1$.

5. Постройте график функции и уравнения:

а) $y = 2\operatorname{tg}(x + |x|)$;

б) $\sin(|x| + 2|y|) = 0$.

Вариант 6

1. Определите четность или нечетность функции $y = 2x^3\sin|x| + x|\operatorname{ctg} x|$ (ответ обоснуйте).

2. Найдите область определения и область значений функции $y = 9\operatorname{tg} 3x + 4\operatorname{ctg} 3x$.

3. Определите наименьший положительный период функции $y = 2\operatorname{ctg}3x - \sqrt{7}\cos x - 2\sqrt{3}\sin 2x$.

4. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = 3\cos x + 2\sin^2 x - 1$.

5. Постройте график функции и уравнения:

а) $y = 3\cos(x + |x|)$;

б) $\mathrm{tg}(2|x| + |y|) = 0$.

Практическая работа № 51 «Призма. Площадь поверхности призмы».

Цель: *отработать навыки нахождения площади поверхности призмы*

Практическая часть:

Вариант 1

1).Диагональ правильной четырехугольной призмы наклонена к плоскости основания под углом 60^0. Найдите полную поверхность призмы, если диагональ основания равна 4 √2 см.

2).В основании прямой призмы лежит прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см. Высота призмы равна 5 см. Найдите полную поверхность призмы.

3) Найдите сторону основания и высоту правильной четырехугольной призмы, если площадь ее полной поверхности равна 40 $см^2$, а боковая поверхность 32 $см^2$.

4) В прямом параллелепипеде с высотой √14 м стороны основания равны 3 м и 4 м, диагональ АС равна 6 м. Найдите площадь диагонального сечения параллелепипеда, проходящего через вершины В и Д.

5)Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 7см, 9см и 11см.

6) В прямом параллелепипеде стороны основания величиной 5см и 9см образуют угол 45^0, боковое ребро равно 8см. Найдите полную поверхность призмы.

7) В правильной четырехугольной призме площадь основания равна 144см^2, а высота 10см. Найдите площадь диагонального сечения.

Вариант 2

1) Определить полную поверхность правильного четырехугольной призмы, если ее диагональ равна 14 см, а диагональ боковой грани равна 10 см.

2)Основанием прямой призмы служит ромб. Диагонали призмы равны 8 см и 5 см, высота равна 2 см. Найдите полную поверхность призмы..

3)Найдите сторону основания и высоту правильной четырехугольной призмы, если ее боковая поверхность равна 8 см^2, а полная 40 см^2.

4)В прямом параллелепипеде с высотой √15 м стороны основания равны 2 м и 4 м, диагональ АС равна 5 м. Найдите площадь диагонального сечения параллелепипеда, проходящего через вершины В и Д.

5)Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 6см, 8см и 12см.

6) В прямом параллелепипеде стороны основания величиной 7см и 8см образуют угол 60^0, боковое ребро равно 6см. Найдите полную поверхность призмы.

7) В правильной четырехугольной призме площадь основания равна 121см^2, а высота 8см. Найдите площадь диагонального сечения.

Практическая работа № 52 «Параллелепипед и его виды. Площадь поверхности параллелепипеда».

Цель: *отработать навыки нахождения площади поверхности параллелепипеда*

Практическая часть:

Вариант №1

Стороны основания прямого параллелепипеда 6см и 4см, угол между ними $45°$. Диагональ большей боковой грани 10см. Найдите площадь боковой и площадь полной поверхности параллелепипеда.

Вариант №2

В основании прямого параллелепипеда лежит ромб со стороной 12см и углом $60°$. Меньшая диагональ параллелепипеда 13см. Найдите площадь боковой и площадь полной поверхности параллелепипеда.

Практическая работа № 53 «Пирамида и усечен. пирамида. Площадь поверхности пирамиды и усечен пирамиды»

Цель: *дать понятие усеченной пирамиды;*

1. *рассмотреть различные виды усеченных пирамид;*

2. *доказать формулу нахождения площади поверхности усеченной пирамиды; научиться применять полученный знания при решении задач*
3. *отработать навыки нахождения площади поверхности пирамиды и усеченной пирамиды*

Практическая часть:

Вариант №1

Боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды составляет с плоскстью основания угол 45°. Найдите площадь боковой и площадь полной поверхности пирамиды, если сторона основания равна р.

Вариант №2

Боковое ребро правильной треугольной пирамиды составляет с высотой угол 45°. Найдите площадь боковой и площадь полной поверхности пирамиды, если сторона основания равна р.

Вариант I

1. Из данных утверждений выберите верное: а) все ребра правильной пирамиды равны; б) площадь поверхности пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему; в) боковые грани усеченной пирамиды - трапеции; г) утверждения а-в не верны.
2. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, все грани которой наклонены к основанию под углом 60°, а в основании лежит прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 6 см.

а) 9 см2, б) 10 см2, в) 12 см2, г) другой ответ.

3. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 5 см, а плоский угол при вершине пирамиды 60°. Найдите боковое ребро пирамиды.

а) 6 см, б) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ см, в) 5 см, г) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ см, д) другой ответ.

4. В основании пирамиды SABC лежит равнобедренный треугольник ABC, в котором BC = 12 см, а AB = AC = 10 см. Найдите площадь сечения ASM, если оно перпендикулярно плоскости основания, а все боковые ребра пирамиды равны 10 см.

а) $3\sqrt{65}$ см², б) $5\sqrt{39}$ см², в) 31 см2, г) другой ответ.

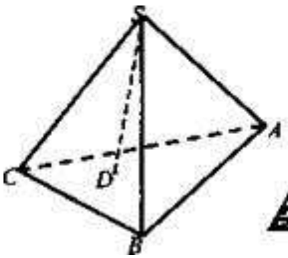
5. Боковые ребра пирамиды SABC равны между собой. SD - высота пирамиды. Точка D лежит внутри ΔABC. ТреугольникABC:

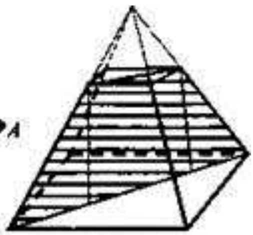
а) прямоугольный;

б) остроугольный;

в) тупоугольный;

г) недостаточно данных.





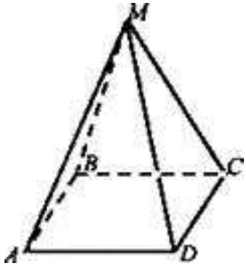
6. Найдите площадь диагонального сечения правильной усеченной четырехугольной пирамиды, если ее высота равна √2 см, а стороны основания 1 см и 4 см.

а) 10 см2, б) 2,5 см2, в) 5 см2, г) другой ответ.

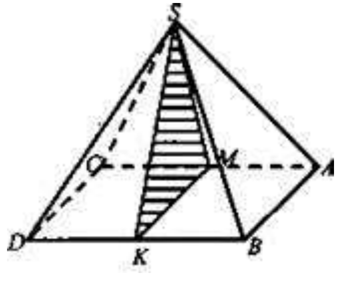
Вариант II

1. Из данных утверждений выберите верное: а) все грани правильной пирамиды равны; б) площадь боковой поверхности правильной усеченной пирамиды равна произведению суммы периметров оснований на апофему; в) боковые грани усеченной пирамиды - трапеции; г) утверждения а-b не верны.

2. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, все грани которой наклонены к основанию над углом 45°, а в основании лежит квадрат с диагональю, равной 18√2 см.
а) 324√2 см2, б) 162√2 см2, в) 81√2, г) другой ответ.

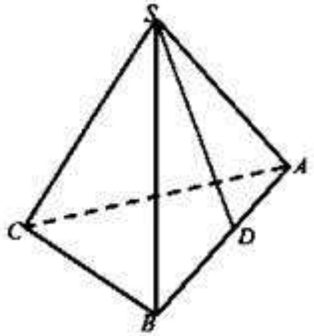


3. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 4√3 см, а плоский угол при вершине пирамиды равен 90°. Найдите высоту пирамиды,
а) 2√2 см, б) 3√2 см, в) √2 см, г) 4√2 , д) другой ответ.



4. В основании пирамиды ABCD, все боковые ребра которой равны √74 см, лежит прямо угольник со сторонами AB = 8 см и BC = 6 см. Найдите площадь сечения MSN, если оно перпендикулярно плоскости основании,
а BM : MC = 2 : 1.

а) 14√l4 см, б) 14√15 см, в) 15√15 см, г) другой ответ.



5. Боковые ребра пирамиды SABC равны между собой. SD - высота пирамиды. Точка D - середина ребра BC. ТреугольникABC:

а) прямоугольный,

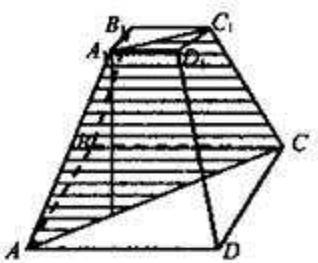
б) остроугольный,

в) тупоугольный,

г) недостаточно данных.

6. Площадь диагонального сечения в правильной усеченной четырехугольной пирамиды равна 20 см2, а стороны основания 2 см и 8 см. Найдите ее высоту.

а) 4√2 см, б) 3√2 см, в) 4√2 см, г) другой ответ



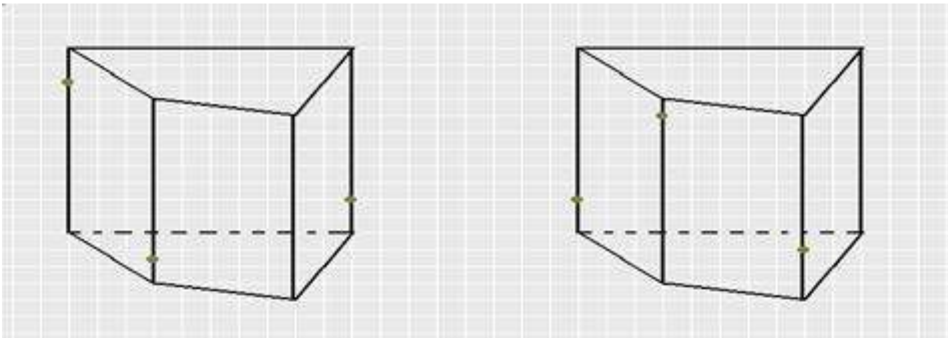
Практическая работа № 54 «Сечения в кубе, призме. Сечения в пирамиде. Правильные многогранники».

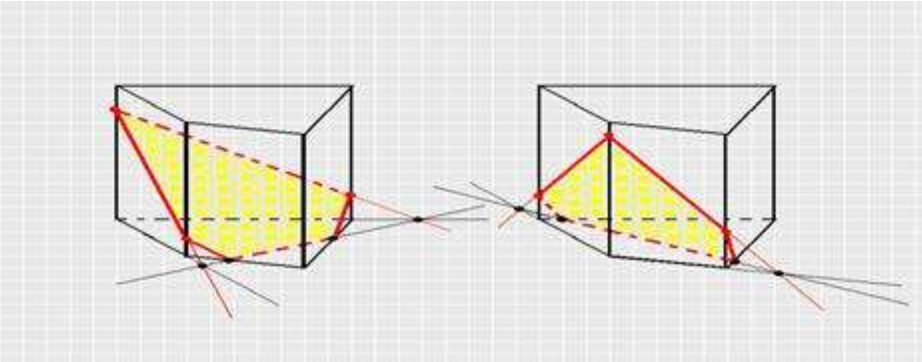
Цель: *Обобщить, систематизировать и закрепить полученные знания и рассмотреть их развитие в перспективе.*

Практическая часть:

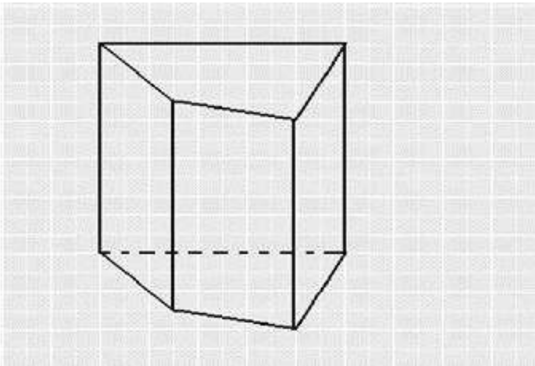
Задание № 1, 2: Постройте сечения призмы по трем данным точкам.

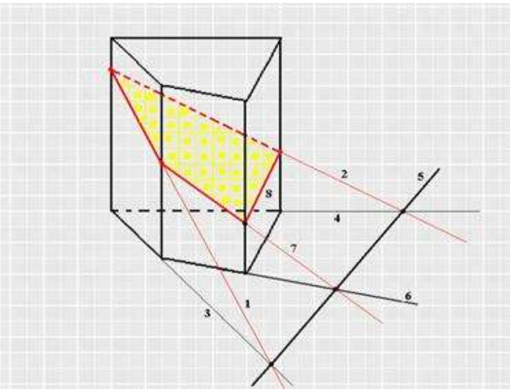
А теперь проверь себя!!!





Задание № 3. Построить сечение призмы по трем данным точкам самостоятельно.





Контрольная работа по теме «Многогранники»

Цель: контроль знаний и умений по данной теме

Практическая часть:

1.В n-угольной правильной пирамиде a – сторона основания, к – боковое ребро, h – высота, p – апофема

	n	**A**	**к**	**h**		**n**	**a**	**h**
А)	3	12см	15см		**Д)**	3	18см	13см
Б)	4	13дм	18дм		**Е)**	3	m	n
В)	3	M	n		**Ж)**	4	6дм	$6\sqrt{2}$ дм
Г)	4	M	n		**З)**	4	m	n

2. **Правильные многогранники**

Тип многогранника	**Число граней**	**Число вершин**	**Число рёбер**
	6		
		12	30
	8		12
	12	20	

Практическая работа № 56 «Равносильность уравнений, неравенств, систем».

Цель: *выявить связь между теорией и **практикой** при решении **уравнений, неравенств и систем** с одной переменной*

Практическая часть:

Виды неравенств и способы их решения

1. Линейные неравенства и системы неравенств

Пример 1. Решить неравенство $\frac{x-1}{3}-x>1$.

Решение:

$$\frac{x-1}{3}-x>1 \Leftrightarrow x-1-3x>3 \Leftrightarrow -2x>4 \Leftrightarrow x<-2.$$

Ответ: x < – 2.

Пример 2. Решить систему неравенств $\begin{cases} 3x\le 0, \\ 2+x>0 \end{cases}$

Решение:

$$\begin{cases} 3x\le 0, \\ 2+x>0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 0, \\ x>-2; \end{cases} \Leftrightarrow x\in(-2;\ 0\,].$$

Ответ: (– 2; 0].

Пример 3. Найти наименьшее целое решение системы неравенств

$$\begin{cases} \frac{x}{6}+\frac{2}{3}(x-7)<\frac{3x-20}{9}, \\ 3x-\frac{2x-13}{11}>2. \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{6}+\dfrac{2}{3}(x-7)<\dfrac{3x-20}{9}, \\ 3x-\dfrac{2x-13}{11}>2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+12x-84<6x-40, \\ 33x-2x+13>22; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9x<44, \\ 31x>9; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<\dfrac{44}{9}, \\ x>\dfrac{9}{31}. \end{cases}$$

Ответ: $x \in \left(\dfrac{9}{31};\ 4\dfrac{8}{9}\right)$

2. Квадратные неравенства

Пример 4. Решить неравенство $x^2 > 4$.

Решение:

$x^2 > 4$ $(x - 2)\cdot(x + 2) > 0$.

Решаем методом интервалов.

Ответ: $x \in (-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$

3. Неравенства высших степеней

Пример 5. Решить неравенство $(x + 3)\cdot(x^2 – 2x + 1) > 0$.

Решение:

$$(x+3)\cdot(x^2-2x+1)>0 \Leftrightarrow (x+3)\cdot(x-1)^2>0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1, \\ x>-3. \end{cases}$$

Ответ: $(-3;\ 1)\cup(1;\ +\infty)$.

Пример 6. Найти середину отрезка, который является решением неравенства $4x^2 - 24x + 24 < 4y^2$, где $y = \sqrt{5 - 2x}$.

Решение:

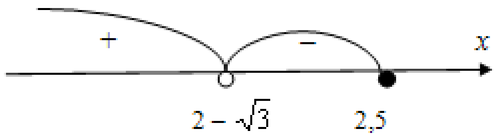
Область определения неравенства: $5 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 2,5$.

С учётом области определения $4x^2 - 24x + 24 < 4y^2$ будет равносильно неравенству

$$4x^2 - 24x + 24 < 4(5 - 2x) \Leftrightarrow 4x^2 - 16x + 4 < 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 < 0 \Leftrightarrow (x - (2 - \sqrt{3}))\cdot(x - (2 + \sqrt{3})) < 0.$$

Решаем методом интервалов.



Решение неравенства: $x \in \left(2 - \sqrt{3}\right) \cup 2,5$.

Середина отрезка: $\dfrac{2 - \sqrt{3} + 2,5}{2} = \dfrac{4,5 - \sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\dfrac{4,5 - \sqrt{3}}{2}$.

4. Рациональные неравенства

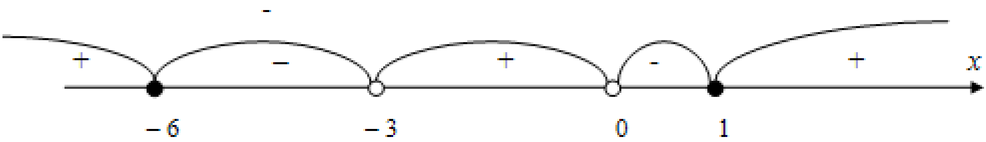
Пример 7. Найти все целые решения, удовлетворяющие неравенству $\dfrac{11 + x}{x + 3} \leq \dfrac{4}{x} - 1$.

Решение:

$$\frac{11 + x}{x + 3} \leq \frac{4}{x} - 1 \Leftrightarrow \frac{11 + x}{x + 3} - \frac{4}{x} + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{11x + x^2 - 4x - 12 + x^2 + 3x}{x \cdot (x + 3)} \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2+10x-12}{x\cdot(x+3)}\le 0 \Leftrightarrow \frac{2(x^2+5x-6)}{x\cdot(x+3)}\le 0 \Leftrightarrow \frac{2\cdot(x+6)\cdot(x-1)}{x\cdot(x+3)}\le 0$$

Методом интервалов:



Решение неравенства: $x\in[-6;-3)\cup(0;1]$.

Целые числа, принадлежащие полученным полуинтервалам: – 6; – 5; – 4; 1.

Ответ: – 6; – 5; – 4; 1.

5. Иррациональные неравенства

Помните! Начинать решение иррациональных неравенств нужно с нахождения области определения.

Пример 8. Решить неравенство $\sqrt{x+2}<3$.

Решение:

Область определения: $x+2\ge 0$.

Так как арифметический корень не может быть отрицательным числом, то $0\le x+2<9 \Leftrightarrow -2\le x<7$.

Ответ: $[-2;7)$.

Пример 9. Найти все целые решения неравенства $(2x-3)\cdot\sqrt{4-x}\ge 0$.

Решение:

Область определения $4-x\geq 0$.

$\sqrt{4-x}$ – быть отрицательным не может, следовательно, чтобы произведение было неотрицательным достаточно потребовать выполнения неравенства $2x-3\geq 0$, при этом учитывая область определения. Т.е. исходное неравенство равносильно системе $\begin{cases} 2x-3\geq 0, \\ 4-x\geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq \frac{3}{2}, \\ x\leq 4. \end{cases} \; x\in[1{,}5;\ 4]$.

Целыми числами из этого отрезка будут 2; 3; 4.

Ответ: 2; 3; 4.

Пример 10. Решить неравенство $\sqrt{x+1}-\sqrt{9-x}\leq\sqrt{2x-12}$.

Решение:

Область определения: $\begin{cases} x+1\geq 0, \\ 9-x\geq 0, \\ 2x-12\geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -1, \\ x\leq 9, \\ x\geq 6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 6, \\ x\leq 9. \end{cases}$

Преобразуем неравенство: $\sqrt{x+1}\leq\sqrt{9-x}+\sqrt{2x-12}$. С учётом области определения видим, что обе части неравенства - положительные числа. Возведём обе части в квадрат и получим неравенство, равносильное исходному.

$$x+1\leq 9-x+2\sqrt{(9-x)(2x-12)}+2x-12;$$
$$2\leq\sqrt{-2x^2+30x-108};$$
$$4\leq -2x^2+30x-108;$$
$$x^2-15x+56\leq 0;$$

$(x-7)(x-8)\leq 0$; т.е. $x\in[7;8]$, и этот числовой отрезок включён в область определения.

Ответ: $x \in [7;8]$.

Пример 11. Решить неравенство $|2x-1| - x \le 0$.

Решение:

Раскрываем знак модуля.

$$1)\ \begin{cases} 2x-1<0, \\ -2x+1-x \le 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<\frac{1}{2}, \\ x \ge \frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$2)\ \begin{cases} 2x-1 \ge 0, \\ 2x-1-x \le 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \frac{1}{2}, \\ x \le 1. \end{cases}$$

Объединим решения систем 1) и 2): $x \in \left[\frac{1}{3}; 1\right]$.

Показательные неравенства

При решении показательных неравенств используются следующие утверждения:

А.1. Если $a > 1$, неравенство

$a^{f(x)} > a^{g(x)}$

равносильно неравенству

$f(x) > g(x)$.

Аналогично, $a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$.

А.2. Если $0 < a < 1$, неравенство

$a^{f(x)} > a^{g(x)}$

равносильно неравенству

$f(x) < g(x)$.

Аналогично, $a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$.

А.3. Неравенство

$$[h(x)]^{f(x)} > [h(x)]^{g(x)} \qquad (1)$$

равносильно совокупности систем неравенств

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} h(x) > 1, \\ f(x) > g(x), \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < h(x) < 1, \\ f(x) < g(x). \end{cases} \end{array}\right.$$

Замечание. Если знак неравенства (*1*) нестрогий, дополнительно рассматривается и случай

$$\begin{cases} h(x) = 1, \\ x \in D(f) \cap D(g), \end{cases}$$

где $D(f)$ $(D(g))$ означает область определения функции f (g).

А.4. Если $b \geq 0$, неравенство

$a^{f(x)} < b$

не имеет решений (следует из свойств показательной функции).

А.5. Если $b \leq 0$, множеством решений неравенства $a^{f(x)} > b$ является $x \in D(f)$.

А.6. Если $a > 1$, $b > 0$, неравенство

$a^{f(x)} > b$

равносильно неравенству

$f(x) > \log_a b$.

Аналогично, $a^{f(x)} < b \Leftrightarrow f(x) < \log_a b$.

А.7. Если $0 < a < 1$, $b > 0$, неравенство

$a^{f(x)} > b$

равносильно неравенству

$f(x) < \log_a b$.

Аналогично, $a^{f(x)} < b \Leftrightarrow f(x) > \log_a b$.

Пример 12. Решите неравенство $2^{10x-5} \geq \frac{1}{16}$.

Решение:

$$2^{10x-5} \geq \frac{1}{16} \Leftrightarrow 2^{10x-5} \geq 2^{-4} \Leftrightarrow 10x \geq -4 \Leftrightarrow x \geq -0{,}4.$$

Ответ: $x \in [-0{,}4; +\infty)$.

Пример 13. Решите неравенство $\left(\frac{1}{7}\right)^{5x-1} \geq \left(\frac{1}{7}\right)^{4}$.

Решение:

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{5x-1} \geq \left(\frac{1}{7}\right)^{4} \Leftrightarrow 5x-1 \leq 4 \Leftrightarrow 5x \leq 5 \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Ответ: $x \geq 1$.

Пример 14. Решите неравенство $\frac{2}{3}^{x^2-5x+10} \geq \frac{16}{81}$

Решение: Неравенство переписывается в виде:

$$\frac{2}{3}^{x^2-5x+10} \geq \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

Функция $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ монотонно убывает, поэтому неравенство $\left(\frac{2}{3}\right)^a \geq \left(\frac{2}{3}\right)^b$ эквивалентно неравенству $a \leq b$. Основание степени отбрасывается с *изменением* знака неравенства:

$x^2 - 5x + 10 \leq 4 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 5x + 6 \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2 \leq x \leq 3$

Ответ: [2; 3].

Пример 15. Решите неравенство $4^x — I0 \bullet 2^x + I6 > 0$

Решение: Делая замену $\boldsymbol{t = 2^x}$, приходим к квадратному неравенству относительно $\boldsymbol{t}$:

t^2 - *I0t + I6 > 0.*

Его решения: t > 8 или t < 2. Обратная замена:

$$\left[\begin{array}{l} 2^x > 8, \\ 2^x < 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 3, \\ x < 1. \end{array}\right.$$

Ответ:$(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

Пример 16. Решите неравенство $5^{2x+1} \leq 5^x + 4$

Решение: Перепишем неравенство в виде:

$$5 \cdot 5^{2x} - 5^x - 4 \leq 0$$

и сделаем замену $\boldsymbol{t = 5^x}$:

$5t^2-t-4 \leq 0$

Решения полученного квадратного неравенства: $-\frac{4}{5} \leq t \leq 1$

Обратная замена:

$$\begin{cases} 5^x \geq -\dfrac{4}{5}, \\ 5^x \leq 1. \end{cases}$$

Первое неравенство системы выполнено при всех значениях x (поскольку функция $y = 5^x$ принимает только положительные значения). Решения второго неравенства системы — множество $x \leq 0$.

Ответ: $(-\infty; 0]$.

Логарифмические неравенства

Неравенство, содержащее неизвестное под знаком логарифма или (и) в его основании называется **логарифмическим неравенством**.

В процессе решения логарифмических неравенств часто используются следующие утверждения относительно равносильности неравенств и учитываются свойства монотонности логарифмической функции.

Утверждение 1. Если $a > 1$, то неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно системе неравенств

$$\begin{cases} f(x) > g(x), \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

Утверждение 2. Если $0 < a < 1$, то неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно системе неравенств

$$\{\, f(x) < g(x),$$

$$f(x) > 0.$$

Утверждение 3. Неравенство $\log_{h(x)} f(x) > \log_{h(x)} g(x)$ равносильно совокупности систем неравенств

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} h(x) > 1, \\ f(x) > g(x) > 0, \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < h(x) < 1, \\ 0 < f(x) < g(x). \end{cases} \end{array}\right.$$

Подчеркнем, что в неравенстве $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ вместо знака $>$ может фигурировать любой из знаков $\geq$, $<$, $\leq$.

В этом случае ***утверждения 1-3*** соответственно преобразуются.

Пример 17. Решите неравенство: $\log_3(x-1) + \log_3(x+5) < \log_3(5x+1)$.

Решение. Используя свойства логарифмов, преобразуем левую часть:

$$\log_3(x-1) + \log_3(x+5) = \log_3((x-1)(x+5)) = \log_3(x^2+4x-5)$$

и решим систему неравенств:

$$\begin{cases} x-1>0 \\ x+5>0 \\ 5x+1>0 \\ x^2+4x-5<5x+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>1 \\ x^2-x-6<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>1 \\ -2<x<3 \end{cases} \Rightarrow 1<x<3.$$

Обращаю ваше внимание на то, что положительным должно быть каждое логарифмируемое выражение, а не только их произведение.

Ответ: (1; 3).

Пример 18. Решите неравенство $\log_3 \frac{1+2x}{1+x} < 1$.

Решение:

$$\log_3 \frac{1+2x}{1+x} < 1 \Leftrightarrow \log_3 \frac{1+2x}{1+x} < \log_3 3 \Leftrightarrow 0 < \frac{1+2x}{1+x} < 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1+2x}{1+x} < 3, \\ \frac{1+2x}{1+x} > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+2}{1+x} > 0, \\ \frac{1+2x}{1+x} > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x < -2, \\ x > -1; \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x < -1, \\ x > -\frac{1}{2}; \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -2, \\ x > -\frac{1}{2}. \end{array}\right.$$

Ответ: $(-\infty; -2) \cup (-0{,}5; +\infty)$.

Пример 19. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{5}}\left(2x^2+5x+1\right) < 0$.

Решение:

$$\log_{\frac{1}{5}}\left(2x^2+5x+1\right) < 0 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{5}}\left(2x^2+5x+1\right) < \log_{\frac{1}{5}} 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x^2+5x+1 > 1 \Leftrightarrow 2x^2+5x > 0 \Leftrightarrow x \cdot (2x+5) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -\frac{5}{2}, \\ x > 0. \end{array}\right.$$

Ответ: $(-\infty; -2{,}5) \cup (0; +\infty)$.

Практическая работа № 57 «Решение рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств».

Цель: *отработать навыки решения уравнений и неравенств*

Практическая часть $\frac{x^2-14x-15}{10-4x}>0$

1. $\sqrt{x+3}=\sqrt{5-x}$
2. $\sqrt{x+11}=x-1$
3. $\sqrt{x^2+x+4}=4$
4. $\log_2(1-2x)<0$.
5. $\log_{\frac{1}{2}}(2x+5)>-3$.
6. $\log_3(x^2-x+3)>2$
7. $\ln(4x-5)\leq\ln(5x-8)$
8. $\log_{\frac{1}{2}}(x+8)>log_{\frac{1}{2}}(x-3)+\log_{\frac{1}{2}}(3x)$
9. $49^{x+1}\leq\left(\frac{1}{7}\right)^x$
10. $9^x+8\cdot3^x>9$
11. $2\cdot3^{x+1}-3^x<15$

1. $\frac{5x^2+4x-1}{7-2x}<0$
2. $\sqrt{x+4}=\sqrt{2x-1}$
3. $\sqrt{x+10}=x-2$
4. $\sqrt{x^2-x-3}=3$

5. $\log_2(2x+1)>4$

6. $\log_{\frac{1}{5}}(2x+3)>-3$

7. $\log_2(x^2+x+2)>3$

8. $\lg(2x-3)\leq\lg(3x-5)$

9. $\log_{\frac{1}{2}}(2x+15)>log_{\frac{1}{2}}(5x)+\log_{\frac{1}{2}}(x-4)$

10. $9^x\leq\left(\frac{1}{27}\right)^{2-x}$ $4^x-3\cdot2^x>4$

11. $2^x+3\cdot2^{x-3}<22$

Решите систему уравнений*

1. $\begin{cases} x+y=6, \\ \log_2 x+\log_2 y=3. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2^x+\left(\frac{1}{3}\right)^y=5, \\ 2^{2x}+\left(\frac{1}{3}\right)^{2y}=13. \end{cases}$

3. * $\begin{cases} 2^x+6\cdot2^{-x}\leq7, \\ \frac{2x^2-6x}{x-4}\leq x. \end{cases}$

1. $\begin{cases} x+y=8, \\ \log_{12} x+\log_{12} y=1. \end{cases}$

2. $\begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x+3^y=7, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2x}+3^{2y}=25. \end{cases}$

* $\begin{cases} 3^x+10\cdot3^{-x}\leq11, \\ \frac{2x^2-5x}{x-3}\leq x. \end{cases}$

Практическая работа № 58 «Обратные тригонометрические функции. Простейшие тригонометрические уравнения»

Цель: отработать навыки нахождения обратных тригонометрических функций

Практическая часть:

1. Вычислите:

$\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2})$. **A)** $\frac{3\pi}{4}$; **B)** $\frac{3\pi}{2}$; **C)** $\frac{\pi}{4}$; **D)** $-\frac{\pi}{4}$; **E)** $-\frac{3\pi}{4}$.

2. Вычислите: arcsin(-0,5).

A) $\frac{\pi}{6}$; **B)** $\frac{\pi}{3}$; **C)** $\frac{\pi}{4}$; **D)** $-\frac{\pi}{3}$; **E)** $-\frac{\pi}{6}$.

3. Вычислите: 2 arccos(-1).

A) π; **B)** 3π ; **C)** 4π ; **D)** 2π ; **E)** -π .

4. Вычислите: $\mathrm{arctg}\sqrt{3} - \mathrm{arcctg}(-1) + \mathrm{arctg}(-\frac{\sqrt{3}}{3})$.

A) $\frac{7\pi}{12}$; **B)** $\frac{5\pi}{12}$; **C)** $-\frac{5\pi}{12}$; **D)** $\frac{\pi}{3}$; **E)** $-\frac{7\pi}{12}$.

5. Найдите значение выражения:

$\arcsin(-\frac{\sqrt{2}}{2}) + \arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$.

A) $\frac{\pi}{4}$; **B)** 1; **C)** 0; **D)** -1; **E)** $-\frac{\pi}{4}$.

6. Найдите значение выражения:

$\sin(\arcsin\frac{1}{3})$.

A) $\sin\frac{1}{3}$; **B)** $\frac{1}{3}$; **C)** $\arcsin\frac{1}{3}$; **D)** $-\frac{1}{3}$; **E)** 1.

7. Вычислите: $\arcsin(\sin\frac{\pi}{3}) + \arcsin(-\frac{\sqrt{3}}{2})$.

A) $\frac{2\pi}{3}$; **B)** 0; **C)** 1; **D)** $\frac{\pi}{3}$; **E)** $-\frac{\pi}{3}$.

8. Вычислите: $tg^2(5arctg\ \frac{\sqrt{3}}{3} - 0{,}25\arcsin\ \frac{\sqrt{3}}{2})$

A) $\frac{\pi}{2}$; **B)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$; **C)** $\frac{\pi}{4}$; **D)** 0; **E)** 1.

9. Вычислить: $\sin(\arcsin(\sin\frac{\pi}{6}))$.

A) $\frac{\pi}{6}$; **B)** $\frac{\pi}{3}$; **C)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$; **D)** $\frac{1}{2}$; **E)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

10. Найдите значение выражения: sin(arccos 0,6).

A) $\frac{4}{5}$; **B)** $\frac{3}{5}$; **C)** $\frac{5}{4}$; **D)** $\frac{5}{3}$; **E)** 1.

11. Вычислить: sin(2arccos 0,8).

A) 0,8; **B)** 0,6; **C)** 0,96; **D)** 0,48; **E)** -0,48.

12. Вычислите: $5\sqrt{2}\ \sin(\frac{\pi}{2} - arctg\ (-\frac{1}{7}))$.

A) 7; **B)** $\frac{1}{7}$; **C)** $-\frac{1}{7}$; **D)** -7; **E)** $\frac{\pi}{2}$.

Практическая работа № 59 «Тригонометрические уравнения, приводимые к квадратным уравнениям»

Цель: выявление знаний учащихся, проверка степени усвоения ими изученного материала; развитие навыков самостоятельной работы.

Практическая часть:

Вариант 1

Решите уравнения:

1. $2\sin x + \sqrt{2} = 0.$

2. $\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0.$

3. $\sin^2 x - 2\cos x + 2 = 0.$

4. $\sin x \cos x + 2\sin^2 x = \cos^2 x.$

5. Решите уравнение: $3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 5\cos^2 x = 2.$

6. Найдите корни уравнения $\sin 3x = \cos 3x,$ принадлежащие отрезку $[0; 4].$

Вариант 2

Решите уравнения:

1. $2\cos x + \sqrt{3} = 0.$

2. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0.$

3. $\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0.$

4. $3\sin^2 x = 2\sin x \cos x + \cos^2 x.$

5. Решите уравнение: $5\sin^2 x - 2\sin x \cos x + \cos^2 x = 4.$

6. Найдите корни уравнения $\sin 2x = \sqrt{3}\cos 2x,$ принадлежащие отрезку $[-1; 6].$

Вариант 3

Решите уравнения:

1. $2\sin x - 1 = 0.$

2. $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 0.$

3. $6\sin^2 x - 5\cos x + 5 = 0.$

4. $3\sin^2 x - 4\sin\cos x + \cos^2 x = 0.$

5. Решите уравнение: $\sin^2 x - 9\sin x\cos x + 3\cos^2 x = -1.$

6. Найдите корни уравнения $\sqrt{3}\sin 2x = \cos 2x,$ принадлежащие отрезку $[-1; 4].$

Вариант 4

Решите уравнения:

1. $2\cos x - \sqrt{2} = 0.$

2. $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = 1.$

3. $\cos^2 x + 2\sin x + 2 = 0.$

4. $6\sin^2 x = 5\sin x\cos x - \cos^2 x.$

5. Решите уравнение: $5\sin^2 x + 2\sin x\cos x - \cos^2 x = 1.$

6. Найдите корни уравнения $\sin 3x + \cos 3x = 0$, принадлежащие отрезку $[0; 6]$.

Практическая работа № 60 «Однородные тригонометрические уравнения».

Цель: 1. Сформировать умение решать однородные тригонометрические уравнения,
отработать навыки решения всех видов тригонометрических уравнений,
2. Развивать и совершенствовать умения, применение знаний в измененной ситуации,
развивать логическое мышление, умение делать выводы и обобщения.

Практическая часть:

1)Решить уравнение

а) $\sin(7x) = 1/2$

б) $\cos(3x) = \sqrt{3}/2$

в) $\cos(-x) = -1$

г) $tg(4x) = \sqrt{3}$

д) $ctg(0.5x) = -1.7$

2) Решить уравнения: $\sin(3x) = \sqrt{3}/2$. И найти все корни на отрезке $[\pi/2; \pi]$.

3) Решить уравнение: $ctg^2(x) + 2ctg(x) + 1 = 0$

4) Решить уравнение: $3\sin^2(x) + \sqrt{3}\sin(x)\cos(x) = 0$

5) Решить уравнение: $3\sin^2(3x) + 10\sin(3x)\cos(3x) + 3\cos^2(3x) = 0$

6) Решить уравнение: $\cos^2(2x) - 1 - \cos(x) = \sqrt{3}/2 - \sin^2(2x)$

7) Решить однородное уравнение первой степени:

а) $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 0$; б) $3\sin x + 2\cos x = 0$.

8) Решить однородное уравнение второй степени:

$\sin^2 x - 3\cos^2 x + 2\sin x\cos x = 0$.

Практическая работа № 61 «Решение систем тригонометрических уравнений»

Цель: рассмотреть наиболее типичные системы тригонометрических уравнений и способы их решения

Практическая часть:

1. $\begin{cases} x - y = \dfrac{\pi}{2}, \\ 5 + 7\cos x = 3\cos^2 y. \end{cases}$

2. $\begin{cases} \sin(x - y) = 0, \\ \cos(x + y) = 1. \end{cases}$

3. $\begin{cases} \sin x \sin y = \dfrac{1}{4}, \\ \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = \dfrac{1}{3}. \end{cases}$

4. $\begin{cases} \sin x + \sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}, \\ x + y = \dfrac{\pi}{3}. \end{cases}$

5. $\begin{cases} \sin y = \sin x, \\ 3\cos x + \cos y = 1. \end{cases}$

6. $\begin{cases} \sin x + \sin y = 1, \\ \cos x - \cos y = \sqrt{3}. \end{cases}$

7. $\begin{cases} \operatorname{tg} x - \sin y = 3, \\ \operatorname{tg}^2 x + \sin^2 y = 17. \end{cases}$

8. $\begin{cases} \sin x + \cos y = 1, \\ \cos 2x - \cos 2y = 1. \end{cases}$

9. $\begin{cases} \operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4} + x\right) = 2\sqrt{2}\cos^3 y, \\ \operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4} - x\right) = 2\sqrt{2}\sin^3 y. \end{cases}$

10. $\begin{cases} \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x = 2\sin^2 y, \\ \sin^2 y + \cos^2 z = 1. \end{cases}$

Практическая работа № 62 «Решение тригонометрических неравенств»

Цель: отработать навыки решения тригонометрических неравенств

Практическая часть:

Вариант № 1 ***Вариант № 2***

Решите неравенства

1. sinx < 1/2	1. cosx > –1/2	17) 2tg2x ≤ 3tgx
2. cos2x > 0	2. sin3x < 0	18) $\log^2_{\sin x} 2 \le 3\log_{\sin x} \sin x + 2\log_{\sin x} 2$
3. tg(2x – п/3)< $\sqrt{3}/3$	3. tg(2x +	

4. $\sin x > \cos x$

5. $3 - 4\cos^2 x > 0$

6. $\cos x \cdot \sqrt{4-x^2}$

7. $\cos 2x+5\cos x+3 \geq 0$

п/6)$> -\sqrt{3}$

4. $\sin x < \cos x$

5. $1 - 4\sin^2 x < 0$

6. $\sin x \cdot \sqrt{9-x^2}$

7. $2\sin^2 x+3\sin x-2 \geq 0$

19) $\cos x - \sin x - \cos 2x > 0$

20) $\sqrt{5-2\sin x} \geq 6\sin x - 1$

21) $\sin \pi x \cdot \sqrt{3+5x-2x^2} \geq 0$

22) $\log_x \cos 2x > 0$

23) $\log_{\cos x} \sin 2x \geq 0$

8*) $\sqrt{\sin x} + \sqrt{cosx} > 1$; 9) $|\sin x| > \cos^2 x$; 10) $|18 cos\, x/3 - 4| \leq 13$; 11) $|10\sin 2x + 2| \geq 7$

12*) $\log_2(\cos^2 x - 1/2 \cos x) \leq -1$ 13*) $0{,}2^{\cos 2x} - 25^{-\cos^2 x} < 4 \times (125)^{-0{,}5}$

14*) $\cos 2x + \sin 2x + \cos x - \sin x \leq 1$, при $-\pi/2 < x < \pi/2$

15*) Найти ООФ: $y = \log_3(25-x^2) + \sqrt{\sin x - 1/2}$; $y = \log_\pi \log_{\cos 4x}(7-x)$

16*) Найти решения неравенства $\sqrt{\sin 2x} < \cos x - \sin x$, удовлетлетворяющие условию $|x| < \pi$

Контрольная работа по теме «Тригонометрические уравнения и неравенства»

Цель: контроль знаний и умений по данной теме

1 вариант	**2 вариант**
1.Решите тригонометрические уравнения:	
1) $sin\, x - \frac{1}{2} = 0$; 2) $2\cos x - \sqrt{3} = 0$;	1) $cos\, x - \frac{1}{2} = 0$; 2) $2\sin x - \sqrt{3} = 0$;

3) $2\cos x-1=0$; 4) $tg\ x-\sqrt{3}=0$; 5) $ctg\,3x=1$; 6) $\sin\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$; 7) $tg\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=1$;	3) $2\sin x-1=0$; 4) $\sqrt{3}ctg\ x+1=0$; 5) $tg\,2x=1$; 6) $\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$; 7) $ctg\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)=1$.
2.Решить уравнение, сделав подстановку	
1) $2\sin^2 x-5\sin x+2=0$; 2) $2tg\ x+2ctg\ x=5$;	1) $2\cos^2 x+5\cos x+2=0$; 2) $3tg\ x - 3ctg\ x=8$.
3.Решить уравнение методом разложения на множители	
1) $5\sin x+3\sin 2x=0$; 2) $\sin 7x-\sin x=0$;	1) $7\cos x-4\sin 2x=0$; 2) $\cos 5x+\cos x=0$.
4.Решите уравнение, упростив левую часть:	
1) $\cos^2 x-\sin^2 x=\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $2\sin^2 x\cos 2x=1$;	1) $\sin^2 x-\cos^2 x=\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\sin 3x\cdot\cos 3x=-\frac{1}{2}$;

$\sin x < 1/2$	$\cos x > -1/2$
$\cos 2x > 0$	$\sin 3x < 0$
$tg(2x-\pi/3)<\sqrt{3}/3$	$tg(2x+\pi/6)>-\sqrt{3}$
$\sin x > \cos x$	$\sin x < \cos x$
$3-4\cos^2 x > 0$	$1-4\sin^2 x < 0$
$\cos x\cdot\sqrt{4-x^2}<0$	$\sin x\cdot\sqrt{9-x^2}>0$

$\cos 2x + 5\cos x + 3 \geq 0$ $\qquad$ $2\sin^2 x + 3\sin x - 2 \geq 0$

Практическая работа № 64 «Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра»

Цель: отработать навыки нахождения площади поверхности цилиндра

Практическая часть:

Вариант №1

1) Развёртка боковой поверхности цилиндра является квадратом, диагональ которого равна 10см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

2) Плоскость, параллельная оси цилиндра, отсекает от окружности основания дугу в $120°$. Высота цилиндра равна 5см, радиус цилиндра - $2\sqrt{3}$ см.

Найдите площадь сечения.

Вариант №2

1) Развёртка боковой поверхности цилиндра является прямоугольником, диагональ которого равна 8см, а угол между диагоналями - $30°$. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

2) Сечение цилиндра плоскостью, параллельной его оси, есть квадрат. Эта плоскость отсекает от окружности основания дугу в $90°$. Радиус цилиндра равен 4см. Найдите площадь сечения.

Практическая работа № 65 «Конус и усеченный конус. Площадь поверхности конуса и усеченного конуса»

Цель: отработать навыки нахождения площади конуса и усеченного конуса

Практическая часть:

1. *Задача – ситуация.* На нашем пути встречаются две птицы-спорщицы: мама и дочка. Мама летит высоко, дочка пониже. Пролетая над нашей улицей, мама видит три больших круга и один маленький, а дочка ей возражает, что ты мама, никакие это не круги вовсе, а прямоугольник, равнобедренный треугольник и трапеция. Кто из них прав? Какие это дома они видят?

Ответ. Цилиндр: сверху круг, сбоку прямоугольник, конус: сверху круг с центром, сбоку равнобедренный треугольник, усечённый конус: сверху два концентрических круга большой и маленький, сбоку равнобедренная трапеция.

Изобретательская задача. Хозяйка варит варенье и раскладывает в банки разных размеров. Но вот беда – крышек для этих банок нет. Есть мастер, который может сделать одинаковые крышки, но отверстия-то в банках разные. Что за крышку хозяйка должна заказать мастеру, что бы ею можно было закрыть любую банку с вареньем? *Подсказка*: все крышки можно объединить в одну, такую, что она закроет все банки. Показать наглядно, построить такую крышку, как пирамиду.

Ответ. Конус или усечённый конус.

Задача на смекалку. Перед вами восемь равных цилиндров. Семь из них с заштрихованным верхним основанием - неподвижны, а восьмой катится по их боковой поверхности. Сколько оборотов он сделает, обойдя все неподвижные цилиндры один раз, вернувшись в исходную точку?

Подсказка: определите радиус внешнего круга, по которому катится восьмой цилиндр, вычислите длину его окружности и длину окружности восьмого цилиндра, а затем разделите первый результат на второй. Можно выполнить практическую работу. *Ответ.* 3.

Задача №1. В деревне Маклаки приступили к реставрации церкви. Рабочий оштукатуривает вручную колонну. Сколько он заработает, если колонна имеет высоту 5,5 м, радиус основания 0,5 м, а норма расценки 200 руб. на 1 $м^2$?

Ответы. 1) 3454 руб; 2) 1727 руб; 3) 4540 руб.

Задача №2. В Новослободский дом культуры привезли и установили ёлку, высота которой 4м, диаметр основания 2м. Дизайнеры решили украсить ёлку новогодними шарами. Сколько надо для украшения ёлки шаров, если на 1 $м^2$ приходится 5 шаров?

Ответы. 1)70 шаров; 2) 65 шаров; 3) 90 шаров.

Задача №3 (ЕГЭ). Равнобочная трапеция с основаниями 15см и 25см и высотой 12см вращается около большего основания. Найдите площадь поверхности тела вращения?

Ответы. 1) 224π $см^2$; 2) 138π $см^2$; 3) 672π $см^2$.

1. **Выбери себе задачу и творческое задание из предложенных.**

Задача №1. Рабочий оштукатуривает вручную колонну. Сколько времени ему потребуется, что бы оштукатурить колонну высотой 6 м., диаметром 1 м., соблюдая норму времени: 0,79 ч на 1 $м^2$?

Ответ. 14,2 ч.

Задача №2 (№572 из учебника). Ведро имеет форму усечённого конуса, радиусы оснований которого равны 15 см и 10 см, а образующая равна 30 см. Сколько килограммов краски нужно взять для того. Чтобы покрасить с внешней и внутренней сторон 100 таких вёдер, если на 1 $м^2$ требуется 150 г краски? (Толщину стенок вёдер в расчёт не принимать.)

Ответ.2,55π кг$\approx$8,011кг.

Задача №3 (ЕГЭ). Равнобочная трапеция с основаниями 10см и 18см и высотой 3см вращается около меньшего основания. Найдите площадь поверхности тела вращения?

Ответ. 138π $см^2$.

Творческое задание.

1. Придумайте задачу по теме «Площадь поверхности цилиндра, конуса, усечённого конуса» и решите её.
2. Составьте кроссворд по теме.

Практическая работа № 66 «Шар, сечение шара плоскостью. Площадь поверхности шара и его частей»

Цель: отработать навыки нахождения площади поверхности шара и его частей

Практическая часть:

Вариант 1

1. Найти диаметр шара, если площадь его поверхности равна 289π.
1. В куб вписан шар. Найти площадь поверхности шара, если площадь полной поверхности куба равна $\frac{1170}{\pi}$.
1. Площадь поверхности шара равна 330. Найти площадь полной поверхности цилиндра, описанного около шара.
1. Объем шара равен 135. Найти объем другого шара, диаметр которого в 3 раза больше, чем у данного.
1. Площадь сечения шара плоскостью равна 15. Секущая плоскость отстоит от центра шара на $\sqrt{\frac{30}{\pi}}$. Найти площадь поверхности шара.
1. Через конец радиуса шара под углом 60° к нему проведена плоскость. Найти объем шара, если площадь полученного сечения равна $\sqrt[3]{36\pi}$.

Вариант 2

1.
2. В куб вписан шар. Найти объем шара, если объем куба равен $\frac{156}{\pi}$.
1. Площадь поверхности шара равна 43. Найти площадь поверхности другого шара, объем которого в 27 раз больше объема данного шара.

1. Около шара описан цилиндр. Найти объем цилиндра, если объем шара равен 168.
1. Объем шара равен 12. Найти объем другого шара, у которого площадь поверхности в 9 раз больше, чем у данного шара.
1. Площадь сечения шара плоскостью равна 16π. Найти расстояние от плоскости сечения до центра шара, если объем шара равен $\frac{500\pi}{3}$.
1. Через конец радиуса шара проведена плоскость под углом 60° к нему. Площадь полученного сечения равна 11.Найти площадь поверхности шара.

Практическая работа № 67 «Решение задач «Тела вращения»

Цель: закрепить навыки решения задач по данной теме

Практическая часть:

Уравнение сферы

1. Укажите центр и радиус сферы, заданной уравнением а) $(x – 4)^2 + (y – 2)^2 + (z + 9)^2 = 25$; б) $(x – 3{,}6)^2 + (y + 0{,}75)^2 + (z + 777)^2 = 1{,}21$
2. Проверьте, лежит ли точка А на сфере а)$(x + 1)^2 + (y – 2)^2 + (z – 3)^2 = 9$,если А(-1;-1;3) б)$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z + 4)^2 = 16$, если А(4;-3;-2)
3. Напишите уравнение сферы радиуса R с центром в начале координат, если R = 8; R = 2,5

4. Напишите уравнение шара радиуса R с центром в начале координат, если R = 6
5. Напишите уравнение сферы радиуса R с центром в точке C, если C(-3;2;4) и R = 5
6. Напишите уравнение шара радиуса R с центром в точке C, если C(5;4;-2) и R = 0,5
7. Составьте уравнение сферы с центром в точке C, проходящей через точку M, если а) C(0;-4;9), M(6;-1;0); б) C(-2;4;0), M(-2;4;3)
8. Докажите, что каждое из следующих уравнений задаёт сферу. Найдите координаты центра и радиус этих сфер
   а) $x^2 – 9x + y^2 + 2y + z^2 = 34$; б) $x^2 + y^2 – 3z + z^2 + 5y - x – 18 = 0$
9. Найти координаты точек пересечения сферы с координатными осями
   $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 5)^2 = 25$

Площадь поверхности конуса

В цилиндре r – радиус основания, h – высота, l - образующая. Найти x и заполнить таблицу.

	R	**H**	**l**	**$S_{бок.}$**
А)	1см		2см	
Б)	12см	5см		
В)		3м	5м	
Г)	X	X		$36\sqrt{2}\pi$ см^2
Д)	$\frac{x}{2}$	A	X	

Е)			27см	

Площадь поверхности и объём шара

Пусть V – объём шара радиуса R, а S – площадь его поверхности. Заполнить таблицу.

	А)	**Б)**	**В)**	**Г)**	**Д)**
R	4см		2,5см	0,75м	
S					64π см^2
V		113,04см^3			

Контрольная работа по теме «Тела и поверхности вращения»

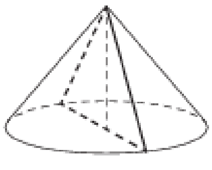
Цель: контроль знаний и умений по данной теме

Вариант 1.

1. Высота конуса равна 96, а диаметр основания — 56. Найдите образующую конуса.

2. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 80π, а высота — 8 . Найдите диаметр основания.

3. Диаметр основания конуса равен 60, а длина образующей — 50. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.

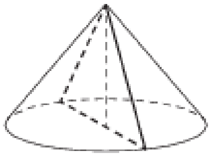


4. Высота конуса равна 6 см, угол при вершине осевого сечения равен 120^0. Найдите:

а) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми 30^0;
б) площадь боковой поверхности конуса.
5. Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь основания цилиндра равна 16π $см^2$. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

Вариант 2.

1. Высота конуса равна 64, а диаметр основания — 96. Найдите образующую конуса.
2. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 56π, а высота — 7 . Найдите диаметр основания.
3. Диаметр основания конуса равен 54, а длина образующей — 45. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.



4. Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 30^0. Найдите:
а) площадь сечения конуса плоскостью, проходящей а две сообразующие, угол между которыми 60^0;
б) площадь боковой поверхности конуса.
5. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого 4 см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

Практическая работа № 69 «Понятие производной. Правила вычисления производных»

Цель: отработать навыки вычисления производных

Тест № 6. Правила вычисления производных. Производная сложной функции

Вариант 1

Часть 1

$\boxed{1}$ Найдите производную функции $f(x)=x\left(x^2-4\right)$.

1) $f'(x)=3x^2-4$
2) $f'(x)=2x$
3) $f'(x)=x^3-4x$
4) $f'(x)=3x^2$

$\boxed{2}$ Найдите производную функции $f(x)=x\sqrt{3x}$.

1) $f'(x)=\frac{7}{6}\sqrt{3x}$
2) $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{3x}}$
3) $f'(x)=\frac{3}{2\sqrt{3x}}$
4) $f'(x)=\frac{3}{2}\sqrt{3x}$

$\boxed{3}$ Найдите производную функции $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$.

1) $f'(x)=\frac{1}{2x}$
2) $f'(x)=\frac{1-x^2}{\left(x^2+1\right)^2}$
3) $f'(x)=\frac{3x^2+1}{\left(x^2+1\right)^2}$
4) $f'(x)=\frac{1-2x}{\left(x^2+1\right)^2}$

$\boxed{4}$ Найдите производную функции $f(x)=x^4\sin 2x$.

1) $f'(x)=4x^3\sin 2x+x^4\cos 2x$
2) $f'(x)=4x^3\sin 2x+2x^4\cos 2x$
3) $f'(x)=8x^3\cos 2x$
4) $f'(x)=4x^3\sin 2x-2x^4\cos 2x$

Практическая работа № 70 «Производные степенной, логарифмической функций»

Цель: отработать навыки вычисления производных степенной, логарифмической функции

Практическая часть:

1 вариант

Найдите производную функции:

$a)\ y=5+e^{-x};\qquad б)\ y=2^{x}-\dfrac{2}{x};\qquad в)\ y=\ln x+e^{3x};\qquad г)\ y=3$

Найдите значение производной функции $y=4x\cdot e^{x}$ в точке $x_0=1$.

2 вариант

Найдите производную функции:

$a)\ y=2e^{-x}+x^{3};\qquad б)\ y=3^{x}+\dfrac{3}{x};\qquad в)\ y=\ln\dfrac{x}{2}-e^{x};\qquad г)\ y=$

Найдите производную функции**:**

$a)\ y=5^{x}+\sin x;\qquad б)\ y=-x\cdot e^{2x};\qquad в)\ y=10^{x}+e^{-x}$

Практическая работа № 71 «Производные тригонометрической функций»

Цель: отработать навыки вычисления производных тригонометрических функций

Практическая часть:

1.Найти ошибку: $y' = \left(\left(2x^2+5\right)^{10}\right)' = 10 \times \left(2x^2+5\right)^9 \times 4x;$

$$y' = \left(\cos^3 x + \sin^3 x\right)' = -3\cos^2 x \sin x + 3\sin^2 x \cos x;$$

$$y' = \left(\frac{x^2}{x-1}\right)' = \frac{2x(x-1)+x^2}{(x-1)^2} = \frac{3x^2-2x}{(x-1)^2};$$

$$y' = \left(\cos^2\sqrt{2x}\right)' = -2\cos\sqrt{2x}\sin\sqrt{2x} \times \frac{1}{\sqrt{2x}}.$$

2.Вычислить

$f(x) = \sin x - 3x + 2; \quad \left[f(x) = 4x - \sin x + 1\right]$ точке с абсциссой $x_o = 0$

3.Найти производные : $1)\, 3x^2 - \frac{1}{x^3}; \left(\frac{x}{3}+7\right)^6; e^x \cos x; \frac{\ln x}{1-x}$

$2)\, 2x^3 - \frac{1}{x^2}; (4-3x)^7; e^x \sin x; \frac{2-x}{\ln x}$

Практическая работа № 72 «Производная сложной функции»

Цель: отработать навыки вычисления сложной функции

Практическая часть:

А1. Найдите производную функции f(x)= $\sqrt{-6+3x^2}$.

1) $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{-6+3x^2}}$; 2) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{3x^2-6}}$; 3) $f'(x) = \frac{3x}{\sqrt{-6+3x^2}}$; 4) $f'(x) = 9x^2 - 18$.

А2. Найдите область определения функции f(x)= $\sqrt{3-x^2}$.

1) (- $\infty; -\sqrt{3}$) $\overset{\sqrt{3}}{\tilde{N}}$¿ : ∞); 2) $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$; 3) ($\sqrt{3}$; ∞¿; 4) (- $\infty; -\sqrt{3}$¿ $\tilde{N}$ [$\sqrt{3}$; ∞¿ .

А3. Задайте функцию g(f(x)), если f(x)= x^2 +3x -1, g(x)= $\sqrt{x}$ .g(f(x))= $\sqrt{x^2+3x-1}$;

2) g(f(x))=x+3 $\sqrt{x}$ -1;

3)g(f(x))= $\frac{1}{\sqrt{x^2+3x-1}}$;

4)g(f(x))=2x+3.

Практическая работа № 73 «Геометрический смысл производной»

Цель: закрепление геометрического смысла производной

Практическая часть:

1 вариант

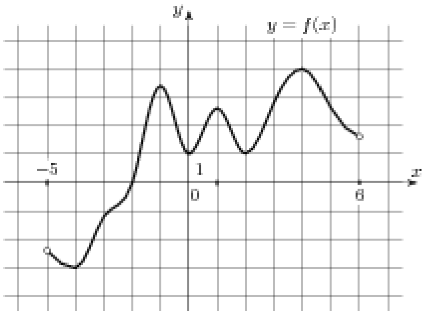
1.1 Прямая $y = -5x+14$ является касательной к графику функции $y = x^3+3x^2-2x+15$. Найдите абсциссу точки касания.

1.2 Прямая $y=-7x+9$ является касательной к графику функции $4x^2-23x+c$. Найдите *c*.

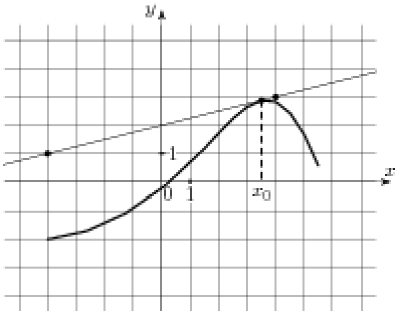
1.3 Прямая $y=4x+1$ является касательной к графику функции $11x^2+bx+12$. Найдите *b*, учитывая, что абсцисса точки касания меньше 0.

1.4 Прямая $y=x-6$ является касательной к графику функции $ax^2+13x+3$. Найдите *a*.

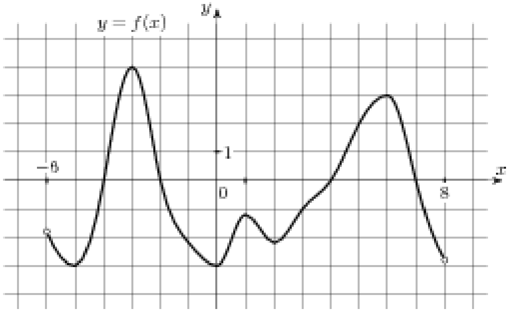
1.5 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5;6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 13$.



1.6 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



1.7..На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6;8)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0 .



2 вариант

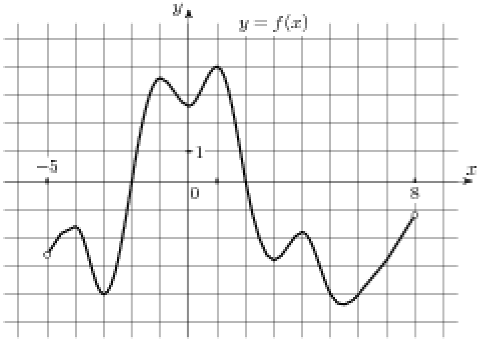
1.1 Прямая $y = 3x+9$ является касательной к графику функции $y = x^3+x^2+2x+8$. Найдите абсциссу точки касания.

1,2 Прямая $y=-3x+6$ является касательной к графику функции x^2-7x+c. Найдите *c*.

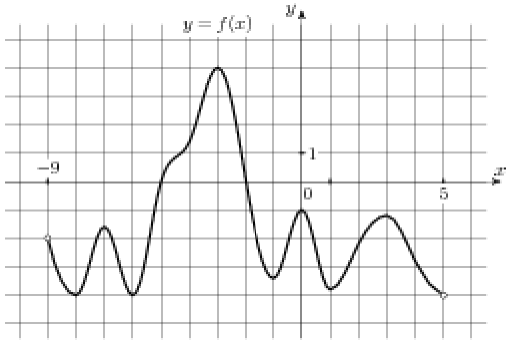
1.3 Прямая $y=-4x+2$ является касательной к графику функции $24x^2+bx+8$. Найдите *b*, учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

1.4 .Прямая $y=4x+4$ является касательной к графику функции $ax^2+24x+8$. Найдите *a*.

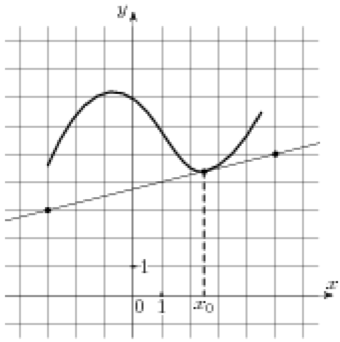
1.5 На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-5;8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y=-16$.



1.6 На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-9;5)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0 .



1.7. На рисунке изображены график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Практическая работа № 74 «Уравнение касательной»

Цель: отработать навыки решения задач на уравнение касательной

Практическая часть:

1.Составьте уравнение касательной к графику функции $y = 4\sqrt{x}$ в точке $\mathbf{x_0=4}$

2.Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции

у= 3х3 – 2х + 1 в его точке с абсциссой $\mathbf{x_0 = 1}$

3.Составьте уравнение касательной к графику функции $y = x^2 - 9$ в точке $\mathbf{x_0=3}$

4.Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции

$\mathbf{y= 3x^2 - 2x + 1}$ в его точке с абсциссой $\mathbf{x_0 = 1}$

5Написать уравнение касательной к графику функции в $f(x) = \sin x - 3x + 2;$ $\left[f(x) = 4x - \sin x + 1\right]$ точке с абсциссой $x_o = 0$

Практическая работа № 75 «Механический смысл производной»

Цель: отработать навыки решения задач на механический смысл производной

Практическая часть:

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^3 + 3t^2 + 5t + 8$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное

с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 8 м/с?

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=\frac{1}{2}t^4-4t^3+2t+4$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t=6$с.

3. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=\frac{1}{6}t^3+5t^2-2t-25$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 20 м/с?

4. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=-t^4+5t^3-4t^2-9t+23$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t=2$с.

Практическая работа № 76 «Признаки возрастания(убывания) функции»

Цель: закрепить знания о возрастании и убывании функции

Практическая часть:

Найти промежутки убывания функции.

1-в) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$	2-в) $f(x) = x^3 + 9x^2 -$	3-б) $f(x) = \lg \sin x$

4	

Найти промежутки возрастания функции.

1) $f(x)=\dfrac{3x+2}{1-4x}$; $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-2x}$	2) $f(x)=\dfrac{1+4x}{2x-3}$; $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+3x}$	3-б) $y=\dfrac{2\ln^2 x+3\ln x}{x}$

Найти промежутки возрастания и убывания функции.

1) y = $\dfrac{x^3}{e^{0,5x}}$; y = $1,5\lg^2 x + \lg^3 x$	2) y = $\dfrac{e^{-0,5x}}{x+1}$; y = $(x^2 - 2x + 1)x^{\sqrt{2}}$

Практическая работа № 77 «Критические точки функции, максимумы и минимумы»

Цель: отработать навыки нахождения критических точек

Практическая часть:

1) Найти стационарные (критические) точки функции.

$f(x) = -x^3/3 + x^2/2 + 2x - 3$	$f(x) = -x^3/3 - x^2/4 + 3x - 2$

2) Найти точки экстремума функции.

$f(x) = 0,5x^4 - 2x^3$;	$f(x) = 1,5x^4 + 3x^3$;
$f(x) = xe^{x^2-3x}$	$f(x) = x(1/e)^{x^2-x}$

3) Найти экстремумы функции.

1-в) f(x) = $(6-3x)\sqrt{x}$	2-в) f(x) = $\dfrac{8+2x}{\sqrt{x}}$	3-б) f(x) = $x^2 \cdot e^x$; $y=\dfrac{x^3-x^2}{e^{-x}}$

Практическая работа № 78 «Применение производной к исследованию функций»

Цель: научиться применять производную к исследованию функций

Практическая часть:

Вариант 1

1. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 – 5x$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.
2. Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = -8x^3 -9x^2 +2x$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.
3. Точка движется по закону $x(t)= 3t^2 – 5t + 8$ (время t измеряется в секундах, перемещение x в метрах).

Найти скорость движения в момент времени $t = 4$.

1. Найти промежутки возрастания, убывания и экстремумы функции $f(x) =x^4 – 2x^2 + 3$
2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = x^4 – 4x^2 + 2$ на промежутке $[-2; 1]$
3. Исследовать функцию и построить ее график $f(x) = 3x^2 – x^3$

Вариант 2

1. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^4 – 3x^2 + 5x – 17$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.
2. Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 8x^3 + 6x^2 - 4x$ в точке с абсциссой $x_0 = - 1$.
3. Тело движется прямолинейно по закону $x(t)= 0,2t^5 – 4t^2 + 6$ (время t измеряется в секундах, перемещение x в метрах).

Найти скорость движения в момент времени $t = 2$.

1. Найти промежутки возрастания, убывания и экстремумы функции $f(x) = x^4 – 4x^3 - 8x^2 + 12$
2. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = x^5 – 5x^4 + 30$ на промежутке [-2; 1]
3. Исследовать функцию и построить ее график $f(x) = x^3 – 3x$

Практическая работа «№ 79 «Решение примеров на исследование функций с помощью производной»

Цель: формирование умений исследовать функции при помощи производной, применять производную при решении задач на максимум и минимум

Практическая часть:

Вариант 1

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \sin\left(3x - \frac{2\pi}{3}\right)$ в точке $x = \frac{\pi}{3}$.

2. Составьте уравнения касательных к графику функции $y = x^4 + x^2 - 2$ в точках его пересечения с осью абсцисс. Найдите точку ппересечения этих касательных.

3. Исследуйте функцию $y = x^4 - 2x^2 - 3$ на монотонность и экстремумы и постройте её график.

4. Найдите значение параметра a, при котором касательная к графику функции $y = a\,(1 + \sin 2x)$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{3}$ параллельна биссектрисе первой координатной четверти.

Вариант 2

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y=\cos\left(\frac{\pi}{6}-2x\right)$ в точке $x=\frac{\pi}{2}$.

2. Составьте уравнения касательных к графику функции $y=x^4-2x^2-8$ в точках его пересечения с осью абсцисс. Найдите точку пересечения этих касательных.

3. Исследуйте функцию $y=x-x^3$ на монотонность и экстремумы и постройте её график.

4. Найдите значение параметра a, при котором касательная к графику функции $y=a\,(7+\cos 2x)$ в точке с абсциссой $x=\frac{\pi}{6}$ параллельна прямой $y=-\sqrt{3}x+7$.

Вариант 3

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y=\sqrt{3x+4}$ в точке $x = 4$.

2. Составьте уравнения касательных к графику функции $y=x^8+4x^4-5$ в точках его пересечения с осью абсцисс. Найдите точку пересечения этих касательных.

3. Исследуйте функцию $y=x^3-3x^2+2$ на монотонность и экстремумы и постройте её график.

4. Найдите значение параметра a, при котором касательная к графику функции $y=a\,(\cos 4x-5)$ в точке с

абсциссой $x = \frac{\pi}{3}$ параллельна биссектрисе второй координатной четверти.

Вариант 4

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \sqrt{3x + 6}$ в точке $x = 1$.
2. Составьте уравнения касательных к графику функции $y = x^8 + 15x^4 - 16$ в точках его пересечения с осью абсцисс. Найдите точку пересечения этих касательных.
3. Исследуйте функцию $y = x^4 - 10x^2 + 9$ на монотонность и экстремумы и постройте её график.
4. Найдите значение параметра a, при котором касательная к графику функции $y = \frac{1}{2}a\,(\sin 4x - 3)$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{6}$ параллельна прямой $y = x - \sqrt{5}$.

Контрольная работа по теме «Производная функции и ее применение»

Цель: выявление знаний учащихся, проверка степени усвоения ими изученного материала; развитие навыков самостоятельной работы

Тест № 8. Исследование функций с помощью производной

Вариант 1

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Найдите промежутки возрастания функции $f(x)=5+4x^2-\frac{1}{2}x^4$.

1) $(-\infty;-2],[0;2]$
2) $[-2;2]$
3) $(-\infty;0],[2;+\infty)$
4) $[-2;0],[2;+\infty)$

2 Найдите точки минимума функции $f(x)=\frac{1}{3}x^3-9x-5$.

1) – 3 2) 9 3) 3 4) – 3; 3

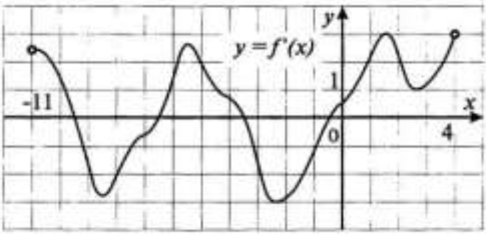
3 Найдите наибольшее значение функции $f(x)=1+4x^2-2x^4$ на отрезке $[-2;0]$.

1) 1 2) 0 3) 16 4) 3

4 Найдите точки экстремума функции $f(x)=4+8x^2-x^4$.

1) – 2; 2 2) – 2; 0; 2 3) 0 4) 4; 20

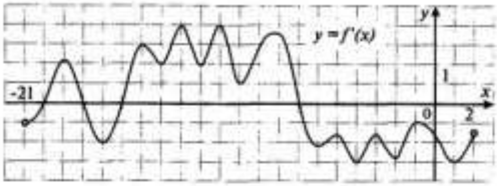
5 На рисунке изображен график производной $y=f'(x)$ функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-11;4)$. Сколько промежутков возрастания у функции $y=f(x)$?



Ответ: ____________.

Ответ перенесите в бланк ответов.

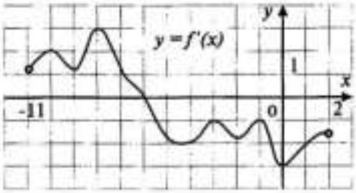
6 На рисунке изображен график производной $y=f'(x)$ функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-21;2)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-19;1]$.



Ответ: ____________ .

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11;2)$. В какой точке отрезка $[-6;0]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: ____________ .

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Докажите, что функция $f(x)=\cos x+2x$ возрастает на R.

9 Исследуйте функцию $f(x)=x^3-3x$ на монотонность и постройте эскиз ее графика.

10 Число 12 представьте в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтобы произведение квадрата одного из них на удвоенное другое слагаемое было наибольшим.

Тест № 8. Исследование функций с помощью производной

Вариант 2

Часть 1

Обведите номер правильного ответа или запишите ответ в указанном месте, а затем обведённые цифры и записанные ответы перепишите в бланк ответов под номерами соответствующих заданий.

1 Найдите промежутки убывания функции $f(x)=3+8x^2-x^4$.

1) $[-2;2]$
2) $[-2;0],[2;+\infty)$
3) $(-\infty;-2],[0;2]$
4) $[0;+\infty)$

2 Найдите точки максимума функции $f(x)=\frac{1}{3}x^3+2x-2$.

1) 1 2) 0 3) -2 4) -2; 2

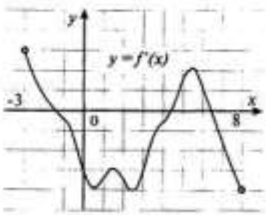
3 Найдите наименьшее значение функции $f(x)=x^4-2x^2+3$ на отрезке $[0;2]$.

1) 0 2) 2 3) 8 4) 4

4 Найдите точки экстремума функции $f(x)=1-2x^2-x^4$.

1) -1; 1 2) 0 3) 1; 2 4) -1; 0; 1

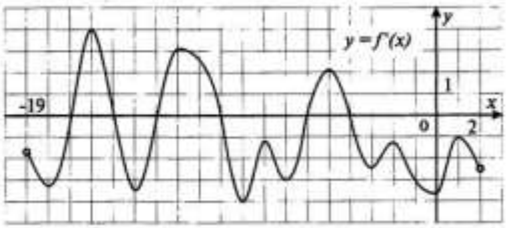
5 На рисунке изображен график производной $y=f'(x)$ функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-3;8)$. Сколько промежутков убывания у функции $y=f(x)$?



Ответ: ____________ .

Ответ перенесите в бланк ответов.

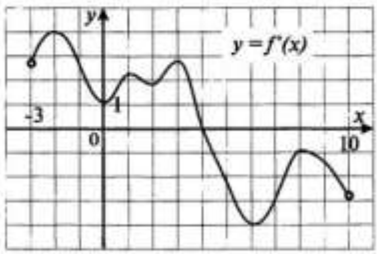
6 На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-19; 2)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-18; 1]$.



Ответ: ____________ .

Ответ перенесите в бланк ответов.

7 На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-3; 10)$. В какой точке отрезка $[0; 4]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: ____________ .

Ответ перенесите в бланк ответов.

Часть 2

Выполните задания 8–10. Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

8 Докажите, что функция $f(x) = \sin x - 3x$ убывает на R.

9 Исследуйте функцию $f(x) = 6x - 2x^3$ на монотонность и постройте эскиз ее графика.

10 Число 9 представьте в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтобы произведение квадрата одного из них на утроенное другое слагаемое было наибольшим.

Практическая работа № 81 «Объем призмы, параллелепипеда, пирамиды».

Цель: отработать навыки решения задач на объемы тел

Практическая часть:

Объём призмы

Вариант №1

1) Измерения прямоугольного параллелепипеда 2,5см, 5см и 5см. Найдите ребро куба, объём которого в два раза больше объёма параллелепипеда.

2) Найдите объём прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$, если $\angle ACB = 90°;\ \angle BAC = 30°;\ AB = a;\ CB = BB_1$

Вариант №2

1) Измерения прямоугольного параллелепипеда 2см, 6см и 6см. Найдите ребро куба, объём которого в три раза больше объёма параллелепипеда.

2) Найдите объём прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$, если $\angle ACB = 90°;\ AB = BB_1 = a;\ AC = CB$.

Объём прямоугольного параллелепипеда

В прямоугольном параллелепипеде с квадратным основанием р – сторона основания, с - высота.

Заполнить таблицу.

	А)	Б)	В)	Г)	Д)
p	3		6	2	$3\sqrt{2}$
c	4	11			$\sqrt{15}$
V		1,76	122,4	$12\sqrt{13}$	

Объём прямоугольного параллелепипеда

Дан прямоугольный параллелепипед, основанием которого является квадрат.

	А)	Б)	В)	Г)	Д)
Сторона квадрата			3,5		
Диагональ квадрата	$5\sqrt{2}$			$2\sqrt{2}$	d
Периметр квадрата		$4\sqrt{3}$			
Высота паралл-да	4	9,8			c
Объём паралл-да			12,74	28,4	

Объём наклонной призмы

	Основание	**Высота**
А)	Треугольник ABC, AB=BC=CA=3см	15см
Б)	Треугольник ABC, AB=5м, BC=6м, CA=9м	20м
В)	Квадрат ABCK, AB=12	$\sqrt{17}$
Г)	Параллелограмм ABCK, AB=3см, AK=5см, $\angle A = 45°$	8см

Объёмы тел

Вариант №1

1) Найдите объём правильной треугольной пирамиды, высота которой равна 12см и составляет с боковым ребром угол $45°$.

2) В цилиндр вписана призма, основанием которой является прямоугольный треугольник с катетом m и противолежащим ему углом φ.

Найдите объём цилиндра, если его высота равна h

Вариант №2

1) Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, боковое ребро которой равно 12см и образует с высотой угол $30°$.

2) В цилиндр вписана призма, основанием которой является прямоугольник, одна из сторон которого равна p и образует с его диагональю угол φ. Найдите объём цилиндра, если его высота равна h.

Практическая работа № 82 «Объем цилиндра, конуса и усеченного конуса»

Цель: отработать навыки нахождения объемов тел вращения

Практическая часть:

Объём конуса.

Пусть r – радиус основания, h – высота, V – объём конуса.

Заполнить таблицу.

	А)	Б)	В)	Г)	Д)
H	3см	10м		2,5м	m
R	1,5см		4	1,5м	
V		94,2м^3	48π		p

Объём цилиндра

Пусть r – радиус основания, h – высота, V – объём цилиндра. Заполнить таблицу.

	R	**h**	**V**
А)	3	5	
Б)	$2\sqrt{2}$	3	
В)	0,5	$9\frac{1}{3}$	
Г)	4		$6{,}4\pi$
Д)		3,6	120
Е)	$\sqrt{2}$		3π

Практическая работа № 83 «Объем шара и его частей»

Цель: отработать навыки вычисления объема шара и его частей

Практическая часть:

I вариант

№1. Радиус шара равен 4 см. Найдите объем и площадь шара.

№2. Найдите объем шарового сегмента, если его высота равна 9 см, а радиус шара – 7 см.

№3. Найдите объем шарового сектора, если радиус шара равен 5 см, а высота шарового сегмента, из которого состоит шаровой сектор, равен 3 см.

№4. Диаметр шара, равный 18 см, разделен на 3 равные части. Через точки деления проведены плоскости, перпендикулярные диаметру. Найдите объем образовавшегося шарового слоя.

№5. Медный куб, ребро которого 10 см, переплавлен в шар. Найдите радиус шара.

№6. В шаре радиуса 15 см проведено сечение, площадь которого равна 81 $см^2$. Найдите объем меньшего шарового сегмента, отсекаемого плоскостью сечения.

II вариант

№1. Радиус шара равен 5 см. Найдите объем и площадь шара.

№2. Найдите объем шарового сегмента, если его высота равна 6 см, а радиус шара – 8 см.

№3. Найдите объем шарового сектора, если радиус шара равен 7 см, а высота шарового сегмента, из которого состоит шаровой сектор, равен 6 см.

№4. Диаметр шара, равный 36 см, разделен на 3 равные части. Через точки деления проведены плоскости, перпендикулярные диаметру. Найдите объем образовавшегося шарового слоя.
№5. Свинцовый шар, диаметром 20 см, переплавлен в шарики с диаметром в 10 раз меньше. Сколько таких шариков получилось?
№6. Радиусы оснований шарового слоя равны 3 см и 4 см, а радиус шара -5 см. Найдите объем слоя, если его основания расположены по одну сторону от центра шара.

Контрольная работа по теме «Объемы геометрических тел»

Цель: контроль знаний по данной теме
Вариант 1

1. Сечением шара плоскостью является: а) окружность; б) сфера; в) круг; г) парабола. Изобразите шар и какое – нибудь его сечение плоскостью.
2. Диаметр сферы равен 4 см. Найдите площадь поверхности сферы.
3. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 6 дм. Найдите объем цилиндра, если его осевое сечение – квадрат.
4. Два шара радиусами см и 2 см переплавили в один шар. Найдите радиус полученного шара.

5. Диаметр основания конуса – 6 см, площадь осевого сечения – 12 см^2. Найдите объем цилиндра, имеющего тот же диаметр основания и одинаковую с конусом величину боковой поверхности.

Вариант 2

1. Сечением сферы плоскостью является: а) прямоугольник; б) круг; в) треугольник; г) окружность. Изобразите сферу и какое – нибудь ее сечение плоскостью.
2. Диаметр шара равен 6см. Найдите объем шара.

3.Высота и образующая конуса равны соответственно 4 м и 5 м. Найдите объем конуса.

4.Два шара радиусами $\sqrt[3]{37}$ см и 3 см переплавили в один шар. Найдите радиус полученного шара.

5. Цилиндр и конус имеют общее основание радиусом 6см.Угол при вершине осевого сечения конуса равен 120^0. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, если известно, что он имеет равный объем с конусом.

Практическая работа № 85 «Первообразная и ее основное свойство»

Цель: формирование навыков нахождения первообразных функций

Практическая часть:

Вариант № 1

Вариант № 2

1) Найти первообразные функций а) f(x) = $\frac{4}{x^2}-\frac{x^2}{3}-6x+2$

б) f(x) = $\frac{x^2}{3}-\sin 2x$

в) f(x) = $\sqrt{2x-1}$, при x > 0,5

г) f(x) = $\left(\frac{x}{2}-3\right)^2$, если F(4) = – 2

д) f(x) = $\frac{6}{(4-3x)^2}$, если F(1,5) = 1

е) f(x) =($\sqrt{4x+2}$)$^{-1}$+ $\sin\frac{x}{2}$, при x > –0,5 ж) f(x) = $\cos 3x+\frac{1}{\sin^2 x}$

з) f(x) = $\frac{6x-2}{1+\sqrt{6x-1}}$

и) f(x) = $\sin x\cdot\cos x\cdot\cos 2x\cdot\cos 4x$

к) f(x) = $\sin(1{,}5x-1)+\sqrt{x}$

а) f(x) = $-\frac{2}{x^2}+\frac{x^2}{2}-4x+3$

б) f(x) = $\frac{x^3}{2}-\cos 3x$

в) f(x) = $\sqrt{4x+2}$, при x > – 0,5

г) f(x) = $\left(\frac{x}{5}+2\right)^2$, если F(– 15) = 6

д) f(x) = $\frac{4}{(3-0{,}5x)^2}$, если F(– 2) = 5

е) f(x) =($\sqrt{2x-1}$)$^{-1}$ – $\cos\frac{x}{4}$, при x > 0,5 ж) f(x) = $\sin 3x-\frac{1}{cos^2 x}$

з) f(x) = $\frac{3-8x}{2+\sqrt{8x+1}}$

и) f(x) = $\sin\frac{x}{4}\cdot\cos\frac{x}{4}\cdot\cos\frac{x}{2}\cdot\cos x$

к) f(x) = $\cos(1-1{,}5x)+\sqrt{x+1}$

л) f(x) = $\frac{1}{5\sin^2(2-x)}+\frac{x}{3}$

м) f(x) = $\sin^2 x$

Практическая работа № 86 «Нахождение первообразных функций»

Цель: формирование навыков нахождения первообразных функций

Практическая часть:

Вариант1

1.Найдите первообразные следующих функций

1) y=3 2) y=10x 3) $y = x^3$ 4) y= 3sin x 5) y= cos 10x 6) $y = 7x^3 + 5$

2.Проверьте, что функция F являе№ тся первообразной для функции f. Найдите общий вид первообразных для f, если $F(x)=3x^2+x-1$, f(x)=6x+1

3.Для функции f найдите первообразную F, принимающую заданное значение в указанной точке:

1) f(x)=2x-4 F(0)=1 2) $f(x)=1+\frac{x}{2}$ F(-2)=3

4.Скорость прямолинейно движущейся точки меняется по закону $v(t)=t+3t^2$. Найдите зависимость изменения координаты точки, если в момент t=0 точка находилась в начале координат.

Вариант 2

1.Найдите первообразные следующих функций

1) y=3,2 2) y=18x 3) $y = x^7$ 4) y= $\frac{2}{7}$cos x 5) y= sin 17x 6) $y = 12{,}1x^{10} - 3$

2.Проверьте, что функция F является первообразной для функции f. Найдите общий вид первообразных для f, если

$F(x)=\frac{1}{2}x^2-x+1$, f(x)=x-1

3.Для функции f найдите первообразную F, принимающую заданное значение в указанной точке:

1) $f(x)=3x^2+10$ $F(1)=4$ 2) $f(x)=2+4x$ $F(-1)=1$

4.Скорость прямолинейно движущейся точки меняется по закону $v(t)=t+3t^2$. Найдите зависимость изменения координаты точки, если в момент $t=0$ координата точки равна 1.

Вариант 3

1.Найдите первообразные следующих функций

1) $y=2\frac{1}{4}$ 2) $y=22x$ 3) $y=x^{12}$ 4) $y=-\frac{1}{5}\sin x$ 5) $y=\cos 0{,}2x$ 6) $y=2x^7-9$

2.Проверьте, что функция F является первообразной для функции f. Найдите общий вид первообразных для f, если

$F(x)=3\sin x+\frac{2}{x}$, $f(x)=3\cos x-\frac{2}{x^2}$

3.Для функции f найдите первообразную F, принимающую заданное значение в указанной точке:

1) $f(x)=x-3x^2$ $F(0)=2$ 2) $f(x)=\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ $F\left(\frac{3\pi}{4}\right)=2$

4.Найдите путь, пройденный телом за первые 3 с после начала движения, если закон изменения скорости дается формулой $v(t)=\frac{1}{\sqrt{1+t}}$

Вариант 4

1.Найдите первообразные следующих функций

1) $y=0{,}19$ 2) $y=34x$ 3) $y=x^{\text{[illegible]}}$ 4) $y=-\frac{3}{7}\cos x$ 5) $y=\sin\frac{5}{9}x$ 6) $y=3{,}2x^3-6$

2.Проверьте, что функция F является первообразной для функции f. Найдите общий вид первообразных для f, если

$F(x)=2\cos x-\frac{3}{x}$, $f(x)=\frac{3}{x^2}-2\sin x$

3.Для функции f найдите первообразную F, принимающую заданное значение в указанной точке:

1) $f(x)=2x+6x^2$ $F(1)=5$ 2) $f(x)=\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$ $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$

4.Найдите путь, пройденный телом за первые 3 с после начала движения, если скорость тела дается формулой $v(t)=\frac{1}{\sqrt{\frac{3}{4}+\frac{t}{2}}}$

Практическая работа № 87 «Определенный интеграл»

Цель: формирование понятия определенного интеграла, решение задач

Практическая часть:

Вариант № 1

$$\int_{-1}^{2}(x^2-6x+9)dx;\int_{0}^{2}\frac{1}{(2x-1)^2}dx;\int_{0}^{4}\sqrt{2x+1}dx;\int_{5\pi/3}^{3\pi}\cos 0{,}5x dx;\int_{0}^{\log_3 2}3^{0{,}5x}dx;\int_{1}^{4}\frac{6}{x\sqrt{x}}dx;\int_{\pi/4}^{\pi/3}\frac{\ldots}{\mathrm{si}\ldots}$$

2) *При каком значении* р :

$$\int_{p/2}^{p}\frac{1-2x}{3}dx=-\frac{4}{3};\quad \int_{1}^{2}\left(p^2+(4-4p)x+4x^3\right)dx\le 12$$

Вариант № 2

$$\int_{-3}^{1}(x^2+4x+4)dx;\int_{0}^{1/3}\frac{1}{(1-6x)^2}dx;\int_{-1}^{0}\sqrt{4+3x}dx;\int_{0}^{\pi}\sin\frac{x}{3}dx;\int_{0}^{\log_2 3}2^{3x}dx;\int_{1}^{9}5\sqrt{x}dx;\int_{0}^{\pi/3}\frac{d\ldots}{\cos\ldots}$$

При каком значении р :

$$\int_{p/2}^{p} \frac{1+2x}{4}dx = 2\frac{1}{2}; \quad \int_{0}^{1} \left(p + (4-p)x + 4p^2x^3\right)dx \le \frac{17}{2}p - 14$$

Практическая работа № 88 «Площадь криволинейной трапеции»

Цель: нахождение площади криволинейной трапеции с помощью интеграла

Практическая часть:

Вычислите площади фигур, ограниченных графиками

1) $y = -x^2 + 4x - 3$, $y = 0$

1-б) $y = x^2 - 2$, $y = 2x - 2$

2) $y = x^2 + 4x + 10$, $x = 0$ и касательной в точке $x_0 = -$

3) y = sinx, y = cosx, x = п/4, x

4) f(x) = 4x, F(x), если график функции f(x) пересекает график своей первообразной F(x) в двух точках, одна из которых (– 1; – 4).

5) f(x) = – 2x + 4, F(x), x = 1, если график функции f(x) является касательной для графика F(x).6) $y = 8/x$, y = 6 –

7) $y = e^x$, $y = e^2$, $x = 0$

1) $y = -x^2 + x + 2$, $y = 0$

1-б) $y = x^2 - 2$, $y = 2x - 2$

2) $y = x^2 - 2x + 5$, $x = 0$, и касательной в точке $x_0 = 2$

3) y = sinx, y = cosx, $-3\pi/2 \le x \le \pi$

4) f(x) = 2x, F(x), если график фу пересекает график своей перво двух точках, одна из которых (

5) f(x) = – 2x – 4, F(x), x = – 4, ес график функции f(x) является ка графика F(x).

6) $y = 3/x$, y = 4 – x

7) $y = e^{-x}$, y = e, x = e

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 89 «Применение интеграла»

Цель: научиться применять интеграл при решении задач

Практическая часть:

Вариант 1

№	**Задание**
1	Найдите функцию *f(x)*, для которой $F(x)=\sqrt{3x+1}$ первообразной на $\left(-\frac{1}{3};+\infty\right)$.
2	Найдите первообразную F для функции $f(x)=x^4$ на $(-\infty;+\infty)$, график которой проходит через точку M(-1;0,8)
3	Найдите общий вид первообразной для $f(x)=2x^2+\frac{3}{x^4}+\sqrt{x}+2$ на $(0;\infty)$
4	Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\sqrt{x}, x=1, x=4, y=0$.
5	Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$ и $x+y=6$.
6	Найдите $\int_1^2\left(\frac{x^2}{2}-\frac{2}{x^3}\right)dx$
7	Вычислите $\int_0^{\pi}(1+sin^2x)\,dx$
8	Используя геометрический смысл интеграла,

	найдите $\int_{-3}^{4} \lvert \lvert x \rvert - 2 \rvert dx$.
9	Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=cos2x$, $y=0$, $x=0$, $x = \frac{\pi}{4}$.
10	Найдите путь, пройденный точкой за промежуток времени от $t_1=0$ до $t_2=4$, если зависимость скорости тела v от времени t описывается уравнением $v(x) = 3t^2 - 2t$ (t - в секундах, v - в м/с).

Вариант 2

№	**Задание**
1	Найдите функцию $f(x)$, для которой $F(x) = cos3x - cos\pi$ первообразной на $(-\infty; +\infty)$.
2	Найдите первообразную F для функции $f(x)=x^2$ на $(-\infty; +\infty)$, график которой проходит через точку М(-1;3)
3	Найдите общий вид первообразной для $f(x) = \frac{3}{sin^2 x} + 4cosx.$
4	Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $x+y=6$, $y=0$.
5	Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2sinx, y = -sinx, 0 \leq x \leq \pi.$

6	Вычислите интеграл $\int_1^4 \frac{x^2+x\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}}dx.$
7	Вычислите $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{cos^2 3x}$
8	Используя геометрический смысл интеграла, найдите $\int_{-4}^{5} \lvert\lvert x\rvert - 3\rvert dx$.
9	Найдите площадь фигуры, которая ограничена графиком функции $y=\sqrt{x+2},$ касательной к нему в точке с абсциссой $x_0=2$ и прямой y=0.
10	Найдите закон движения точки, если скорость прямолинейного движения точки изменяется по закону $v(t)=3t^2-2t.$

Вариант 3

№	**Задание**
1	Найдите функцию *f(x)*, для которой $F(x)=sin\frac{x}{2}+\sqrt{3}$ первообразной на $(-\infty;+\infty)$.
2	Найдите первообразную F для функции $f(x)=\frac{1}{x^3}$ на $(-\infty;0)$, график которой проходит через точку M($-\frac{1}{2}$;3).
3	Множество первообразных для функции

	$f(x) = (3x-2)^3$ на $(-\infty; +\infty)$.
4	Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 9 - x^2$, $y = 0$.
5	Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 1, y = 0, x = -2, x = 2$.
6	Вычислите интеграл $\int_1^4 \frac{2x^2 + 3x\sqrt{x} + x}{\sqrt{x}} dx$.
7	Вычислите интеграл $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 3cos2x\, dx$.
8	Используя геометрический смысл интеграла, найдите $\int_{-8}^{0} \sqrt{-8x - x^2} dx$.
9	Найдите площадь фигуры, которая ограничена графиком функции $y = -x^2 + 2x + 2$, касательной к нему в точке с абсциссой $x_0=2$и прямой x=0.
10	Найдите скорость движения точки в момент t=3 с, если точка движется с ускорением, меняющимся по закону $a(t) = 3t^2 - 4t + 2$ и в момент времени t_0=1 с точка имела скорость v_0 = 5 см/с.

Вариант 4

№	**Задание**
1	Найдите функцию *f(x)*, для которой $F(x) = tg4x$ первообразной на $\left[-\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{8}\right]$.

2	Найдите первообразную F для функции $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ на $(0;+\infty)$, график которой проходит через точку М(4; 5).
3	Множество первообразных для функции $f(x)=\frac{x}{2}+\frac{3}{x^2}+\sqrt[3]{x}+2$ на $(0;+\infty)$.
4	Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=cosx\,,\;\; y=0,-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$.
5	Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2, y=2-x^2$.
6	Вычислите интеграл $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 4cos\frac{2x}{3}\,dx$.
7	Вычислите интеграл $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{0}(1+tg^2x)dx$.
8	Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями
9	Используя геометрический смысл интеграла, найдите
10	Найдите путь, пройденный точкой за промежуток времени от t_1=1 до t_2 =3, если зависимость скорости тела v от времени t описывается уравнением (t - в секундах, v - в м/с).

Практическая работа № 90 «Нахождение объема тела вращения с помощью интеграла»

Цель: научиться находить объемы тел с помощью интеграла

Практическая часть:

Объем тела вращения вычисляется по одной из формул:

1. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$, если вращение криволинейной трапеции **вокруг оси ОХ.**

2. $V = \pi \int_a^b [\phi(y)]^2 dy$, если вращение криволинейной трапеции **вокруг оси ОУ.**

Студенты записывают основные формулы в тетрадь..

– Преподаватель объясняет решение примеров на доске.

1. Найти объем тела, получаемого вращением вокруг оси ординат криволинейной трапеции, ограниченной линиями: x2 + y2 = 64, y = -5, y = 5, x = 0.

Решение.

$$V = \pi \int_{-5}^{5} (64 - y^2) dy = \pi \left(64y - \frac{y^3}{3} \right) \Big|_{-5}^{5} = 556\frac{2}{3}\pi \approx 1163 см^3$$

Ответ : 1163 cm3.

2. Найти объем тела, получаемого вращением параболической трапеции, вокруг оси абсцисс y = $\sqrt{x}$, x = 4, y = 0.

Решение .

$$V = \pi \int_0^4 \left(\sqrt{x}\right)^2 dx = \pi \int_0^4 x dx = \pi \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 = 8\pi \ (куб.ед)$$

V. Математический тренажер.

1. Вычислить $\int_1^2 \frac{7}{5} x^2 dx$

А) $-\frac{49}{15}$

Б) 0

В) $\frac{49}{15}$

2. Совокупность всех первообразных от данной функции называется

А) неопределенным интегралом,

Б) функцией,

В) дифференциацией.

3. Вычислить $\int (1+x)^2 dx =$

А) $x + x^2 + \frac{x^3}{3} + c$

Б) $x + x^2 + c$

В) $x - x^2 - \frac{x^3}{3} + c$

4. Вычислить $\int 2^x dx =$

А) $\frac{2^x}{\ln 2} + c$

Б) $2^x \cdot \ln 2 + c$

В) $\frac{2^x}{\ln 2}$

5. Вычислить $\int \sin 2x dx =$

А) $-\frac{1}{2}\cos 2x + c$

Б) $\frac{1}{2}\cos 2x + c$

В) $-2\cos 2x + c$

6. Вычислить $\int_0^1 \frac{3x^3 - 2x^2 + 5x}{x} dx =$

А) -5

Б) 5

В) 7

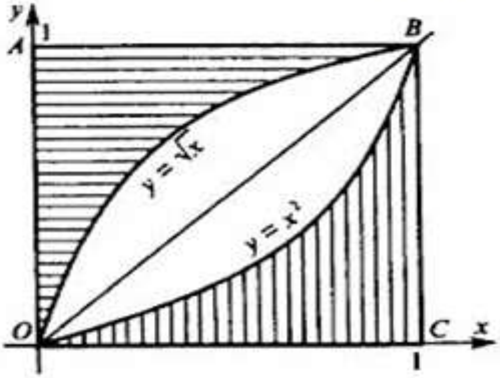
7. Найти объем тела, получаемого вращением вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}, \quad y = 0, x = 4$

А) 8

Б) -8

В) 16

8. Вычислите площадь по рисунку



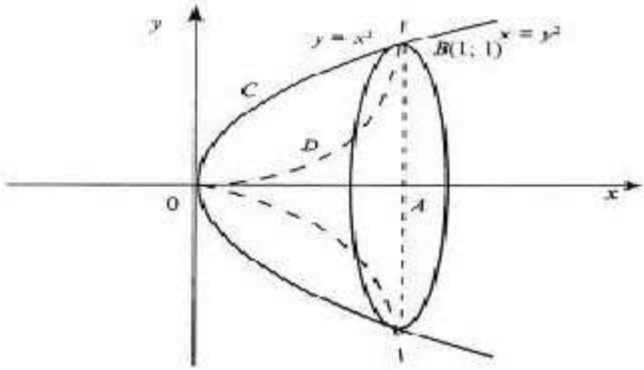
А) 1

Б) $\frac{1}{3}$

В) $-\frac{1}{3}$

Вычислить объем тела, образованного вращением лепестка, вокруг оси абсцисс y = x2, y2 = x.

Решение:



Построим графики функции. y = x2, y2 = x. График y2 = x преобразуем к виду y = $\sqrt{x}$.

Имеем V = V1 – V2 Вычислим объем каждой функции:

$$V_1 = \pi \int_0^1 x dx = \pi \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{\pi}{2}$$

$$V_2 = \pi \int_0^1 x^4 dx = \pi \cdot \frac{x^5}{5} \Big|_0^1 = \frac{\pi}{5}$$

$$V = V_1 - V_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5} = 0{,}3\pi$$

Контрольная работа по теме «Первообразная и интеграл»

Цель: контроль знаний и умений по данной теме

Вариант1
1. Докажите, что $F(x) = x^4$ - 3sin x является первообразной для $f(x)$ = $4x^3$ - 3cos x

2. Для функции $f(x) = \frac{4}{x^2} + 3\sin x$ найдите какую-нибудь первообразную, значение которой в точке $x = p$ — отрицательное число.
3. Вычислите интегралы: а) $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}}$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$;
4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=1-x^3$, $y = 0$ (ось Ox), $x = -1$.
5. Найти площадь фигуры, ограниченной прямой $y=\frac{1}{2}x$ и линией $y=\sqrt{x}$.
6. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 0{,}5x^2 + 2$, касательной к этому графику в точке с абсциссой $x = -2$ и прямой $x = 0$.
7. Дана функция $y=\frac{\sqrt{3}}{\cos^2 x}+\sin 3x+\frac{1}{\pi}$ Известно, что график некоторой ее первообразной проходит через точку (0; -1). Чему равно значение этой первообразной в точке $x=\frac{\pi}{6}$?
Вариант2
1. Докажите, что $F(x) = x^5 + \cos x$ является первообразной для $f(x)= 5x^4 - \sin x$.

2. Для функции $f(x) = \frac{1}{x^2} - 2\cos x$ найдите какую-нибудь первообразную, значение которой в точке $x = \frac{\pi}{2}$ — положительное число.
3. Вычислите интегралы: а) $\int_0^{27} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$ б) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin\frac{x}{2}\,dx$
4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=2-x^2$, $y = 0$ (ось Оx), $x = -1$, $x = 0$.
5. Найти площадь фигуры, ограниченной прямой $y = 2 - x$, линией $y = \sqrt{x}$ и осью абсцисс.
6. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^3 + 2$, касательной к этому графику в точке с абсциссой $x = 1$ и прямой $x = 0$; фигура расположена в правой координатной полуплоскости.
7. Дана функция $y = \frac{3}{\sin^2 x} + \cos 2x - \frac{2}{\pi}$ Известно, что график некоторой ее первообразной проходит через точку ($\frac{\pi}{2}$; 0). Чему равно значение этой первообразной в точке $x = \frac{\pi}{4}$?

Практическая работа № 92 «Решение комбинаторных задач»

Цель: научиться решать комбинаторные задачи

Практическая часть:

1.Исследования показали, что каждый пятый клиент приходит в банк для того, чтобы снять проценты, начисленные на его вклад. В очереди на обслуживание стоят 9 человек. Какова вероятность события: «проценты, начисленные на вклад, снимут только 2 человека»?

2. Из 15 мальчиков и 9 девочек собирают группу из 6 человек для участия в походе. Какова вероятность того, что в состав группы войдут 4 мальчика и 2 девочки?

3. При игре в домино четыре игрока делят поровну 28 игральных костей. Сколькими возможными способами они могут это сделать?

4. В лотерее разыгрывается 15 призов. Из урны, содержащей 100 билетов, извлекают 8 билетов. Сколько существует способов извлечения так, чтобы 5 из них оказались выигрышными?

5. Группу из 21 шахматиста требуется разбить на 3 равные группы по 7 человек в каждой. Сколькими способами это можно сделать?

6. Трое юношей и 2 девушки выбирают место работы. В три охранных отделения принимают только юношей, в четыре детских сада – только девушек, а две фабрики

принимают и тех и других. Сколькими способами они могут распределиться между этими предприятиями?

7. Из 10 роз и 8 георгинов нужно составить букет, содержащий 2 розы и 3 георгина. Сколько можно составить различных букетов?

8*. На хоккейный матч заявлено 20 полевых хоккеистов и вратарь. Среди полевых хоккеистов 7 хоккеистов – мастера спорта. Какова вероятность того, что в случайно выбранной стартовой пятёрке окажется 3 мастера спорта?

Практическая работа № 93 «Формула бинома Ньютона и треугольник Паскаля»

Цель: Познакомиться с биномом Ньютона, показать его связь с треугольником Паскаля

Практическая часть:

1 группа

1. Найти значение:

а) 1!

б) 7!

в) C_6^3

г) 9!/6!

2. Вычислить значение бинома:

1) $(\frac{3}{4}a + \frac{1}{3}в)^4$

2) $\left(\frac{a}{2} + 2\right)^6$

3) $(2x-1)^7$

4) $\left(2a-\frac{1}{2}\right)^5$

3. Как иначе называется многочлен __

4. Как располагаются биноминальные коэффициенты (монотонность)__

2 группа

1. Найти значение:

а) 0!

б) 6!

в) C_7^4

г) 10!/5!

2. Вычислить значение бинома:

1) $(\frac{1}{2}a+\frac{2}{3}в)^4$

2) $\left(\frac{a}{2}+2\right)^6$

3) $(2x-1)^7$

4) $\left(2a-\frac{1}{2}\right)^5$

3. Как иначе называется двучлен__

4. Как располагаются знаки биноминальных коэффициентов *(а-в)ⁿ* __

3 группа

1. Найти значение:

а) 8

б) 5! – 3!

в) C_9^5

г) 12!/7

2. Вычислить значение бинома:

1) $(\frac{1}{3}a + \frac{2}{5}в)^4$

2) $\left(\frac{a}{2} + 2\right)^6$

3) $(2x - 1)^7$

4) $\left(2a - \frac{1}{2}\right)^5$

3. Как составляется строка в треугольнике Паскаля относительно предыдущей строки__

4. Сколько экзаменационных комиссий, состоящих из 3 человек, можно образовать из 10 преподавателей__

4 группа

1. Найти значение:

а) 7!

б) 9! – 5!

в) C_{12}^7

г) 15!/11!

2. Вычислить значение бинома:

1) $(\frac{1}{5}a + \frac{2}{3}в)^4$

2) $\left(\frac{a}{2} + 2\right)^6$

3) $(2x - 1)^7$

4) $\left(2a-\frac{1}{2}\right)^5$

3. Сколько строк можно составить в треугольнике Паскаля

4. Студенту дали на лето задание – прочитать 10 книг. Сколькими способами он может выбрать их них 6 книг

Практическая работа № 94 «События и его виды, вероятность события»

Цель: закрепление навыков вычисления вероятностей

Практическая часть:

1. В розыгрыше кубка страны по футболу берут участие 17 команд. Сколько существует способов распределить золотую, серебряную и бронзовую медали?

2. Произведено три выстрела по мишени. Рассматриваются такие элементарные события: A – попадание в мишень при i -том выстреле; $\overline{A}$ – промах по мишени при i -том выстреле. Выразить через A и $\overline{A}$ следующие события:

A – все три попадания; B – ровно два попадания; C – все три промаха; D – хотя бы одно попадание; E – больше одного попадания; F – не больше одного попадания.

3.Игральный кубик бросают два раза. Описать пространство элементарных событий. Описать события: A – сумма появившихся очков равна 8; B – по крайней мере один раз появится 6.

4.В вазе с цветами 15 гвоздик: 5 белых и 10 красных. Из вазы наугад вынимают 2 цветка. Какова вероятность того, что эти цветки: а) оба белые; б) оба красные; в) разного цвета; г) одного цвета.

5.Из шести карточек с буквами І, С, К, Ь, Н, М наугад одну за другой вынимают и раскладывают в ряд в порядке появления. Какова вероятность того, что появится слово а) «НІС»; б) «СІМ»?

6.Вероятность того, что в течении одной смены возникнет поломка станка равна 0,05. Какова вероятность того, что не возникнет ни одной поломки за три смены

7. Студент пришел на зачет зная только 30 вопросов из 50. Какова вероятность сдачи зачета, если после отказа отвечать на вопрос преподаватель задает еще один?

8. С помощью наблюдений установлено, что в некоторой местности в сентябре в среднем бывает 12 дождливых дней. Какова вероятность того, что из наугад взятых в этом месяце 8-ми дней 3 будут дождливыми?

9. С помощью наблюдений установлено, что в некоторой местности в сентябре в среднем бывает 25 дней без дождя. Какова вероятность того, что 1-го и 2-го сентября дождя не будет?

Практическая работа № 95 «Сложение и умножение вероятностей»

Цель: закрепление навыков вычисления сложения и умножения вероятностей

Практическая часть:

1.В первой урне находится 7 черных и 5 белых шара, во второй- 4 черных и 8 белых шаров. Из каждой урны извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными.

2.Прибор состоит из двух элементов, работающих независимо. Вероятность выхода из строя первого элемента равна 0,3; вероятность выхода из строя второго элемента равна 0,4. Найти вероятность того, что: а) оба элемента выйдут из строя; б) оба элемента будут работать

3. Прибор состоит из двух элементов, работающих независимо. Вероятность выхода из строя первого элемента равна 0,2; вероятность выхода из строя второго элемента равна 0,3. Найти вероятность того, что: а) оба элемента выйдут из строя; б) оба элемента будут работать.

4. В первой урне находится 6 черных и 4 белых шара, во второй- 5 черных и 7 белых шаров. Из каждой урны извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся белыми.

5. Вычислить вероятность того, что в семье, где есть один ребенок- мальчик, родится второй мальчик.

Практическая работа № 96 «Представление данных»

Цель: формирование навыков представления данных

Практическая часть:

1.Дана выборка результатов внешнего оценивания по математике нескольких человек (в баллах):167, 197, 167,145, 145, 180, 150, 195, 167,137. Найдите:

а) объем выборки;

б) размах выборки;

в) моду, медиану, среднее значение выборки;

г) дисперсию выборки;

д) среднее квадратичное выборки;

е) постройте полигон частот.

2.В коробке лежат карточки на которых записаны буквы слова ОСНОВАТЕЛЬНОСТЬ. Какова вероятность того, что на наугад

Цель:взятой карточке будет записана буква: а) О; б) согласная буква?

3.Дана выборка количества новорожденных в городе А на протяжении нескольких дней: 56, 45, 51, 46, 48, 50, 46, 48, 49, 51. Найдите:

а) объем выборки;

б) размах выборки;

в) моду, медиану, среднее значение выборки;

г) дисперсию выборки;

д) среднее квадратичное выборки;

е) постройте гистограмму частот.

4.В коробке лежат 30 карточек, на которых записаны числа от 1 до 30. Какова вероятность того, что на наугад взятой карточке будет записано число, которое: а) кратно 7; б) не кратно ни числу 2, ни числу 3, ни числу 5?

Контрольная работа по теме « Элементы комбинаторики и теории вероятностей. Математическая статистика»

Цель: контроль знаний и умений по данной теме

Вариант 1

1.Сколькими способами можно разместить 5 различных книг на полке?

2.Сколько трехзначных чисел с разными цифрами можно составить из цифр 0, 1, 3, 6, 7, 9?

3. Из 10 членов команды надо выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

4. Выпускники экономического института работают в трех различных компаниях: 17 человек в банке, 23 – в фирме и 19 – в налоговой инспекции. Найдите вероятность того, что случайно выбранный выпускник работает в фирме.

5. Мишень представляет собой три круга (один внутри другого) радиусы которых равны 3, 7 и 8 см. Стрелок выстрелил, не целясь, и попал в мишень. Найдите вероятность того, что он попал в средний круг, но не попал в маленький круг.

Вариант 2

1.Сколькими способами можно разместить 6 различных книг на полке?

2.Сколько трехзначных чисел с разными цифрами можно составить из цифр 0, 3, 4, 5, 8?

3.Из 8 членов команды надо выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

4.Выпускники экономического института работают в трех различных компаниях: 19 человек – в банке, 31 – в фирме и 15 – в налоговой инспекции. Найдите вероятность того, что случайно встреченный выпускник работает в банке.

5. Мишень представляет собой три круга (один внутри другого) радиусы которых равны 4, 5 и 9 см. Стрелок выстрелил, не целясь, и попал в мишень. Найдите вероятность того, что он попал в средний круг, но не попал в маленький круг.

ЛИТЕРАТУРА

Основные источники (ОИ):

1.Алимов Ш. А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.

2.Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

3. Башмаков М. И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.
4. Башмаков М. И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. Пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.
5. Башмаков М. И. Математика. Задачник: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.
6. Башмаков М. И. Математика. Электронный учеб.-метод. комплекс для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2015.
7. Краснощекова В.П. Элементарная математика. Арифметика. Алгебра. Тригонометрия: задачник / Краснощекова В.П., Мусихина И.В., Цай И.С.— П.: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2014. 52— с.-Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/32114.- ЭБС «IPRbooks»
8. Шевалдина О.Я. Начала математического анализа: учебное пособие / Шевалдина О.Я., Стрелкова Е.В.— Е.: Уральский федеральный университет, 2014. 100— с.-Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/66177.- ЭБС «IPRbooks»

Дополнительные источники

1. Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и началам анализа для 10-11 классов
Ершова А.П., Голобородько В.В. 5-е изд., испр. - М.: 2013. - 224 с.

Колягин Ю.М., Ткачева М. В, Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического ана-лиза (базовый и углубленный уровни). 10 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

2. Колягин Ю.М., Ткачева М. В., Федерова Н. Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 11 класс / под ред. А. Б. Жижченко. — М., 2014.

Интернет-ресурсы

1.http://www.math.ru

2.Газета "Математика" издательского дома "Первое сентября" - http://mat.1september.ru

3.Математика в Открытом колледже - http://www.mathematics.ru

4.Математика: Консультационный центр преподавателей и выпускников МГУ http://school.msu.ru

5.Материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов - http://school_collection.edu.ru/collection/matematika/

6.Московский центр непрерывного математического образования (МЦНМО) - http://www.mccme.ru

7.Образовательный математический сайт Exponenta.ru - http://www.exponenta.ru

8.Общероссийский математический портал Math_Net.Ru - http://www.mathnet.ru

9.Портал Allmath.ru – вся математика в одном месте - http://math.ournet.md

10.Вся элементарная математика: Средняя математическая интернет – школа http://www.bymath.net

11.Графики функций - http://comp_science.narod.ru

12.Математические олимпиады и олимпиадные задачи - http://www.zaba.ru

13.Геометрический портал - http://www.neive.by.ru