ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ ВОЛОГОДСКОЙ ОБЛАСТИ
БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВОЛОГОДСКОЙ ОБЛАСТИ
«ВОЛОГОДСКИЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ»

МЕТОДИЧЕСКИЕУКАЗАНИЯ

к практическим работам
по дисциплине ЕН.03.Теория вероятностей и математическая статистика

специальность 09.02.04 Информационные системы (по отраслям)

2017г.

Рассмотрено на заседании предметной цикловой комиссии общепрофессиональных, специальных дисциплин и дипломного проектирования по специальностям 08.02.01 «Строительство и эксплуатация зданий и сооружений», 08.02.07 «Монтаж и эксплуатация внутренних сантехнических устройств, кондиционирования воздуха и вентиляции», 43.02.08 «Сервис домашнего и коммунального хозяйства»

Данные методические указания предназначены для студентов специальности 09.02.04 Информационные системы (по отраслям) БПОУ ВО «Вологодский строительный колледж» при выполнении практических работ по дисциплине ЕН.03.Теория вероятности и математическая статистика.

Объем практических работ по дисциплине составляет **14** часов.

Автор:
Боровая Наталия Олеговна, преподаватель

СОДЕРЖАНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина ЕН.03.Теория вероятности и математическая статистика входит в математический и общий естественнонаучный учебный цикл программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 09.02.04 Информационные системы (по отраслям)**.**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь**:

- вычислять вероятность событий с использованием элементов комбинаторики;
- использовать методы математической статистики.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать**:

- основы теории вероятностей и математической статистики;
- основные понятия теории графов.

В соответствии с учебным планом на изучение учебной дисциплины ЕН.03 «Теория вероятности и математическая статистика» отводится 147 часов, в том числе 14 часов – практические занятия.

Целью практических занятий является формирование практических умений, необходимых в последующей учебной и профессиональной деятельности.

Содержание практических занятий по учебной дисциплине ЕН.03 «Теория вероятности и математическая статистика» направлено на реализацию требований Федерального государственного образовательного стандарта по специальности 09.02.04. Информационные системы (по отраслям)

Практическое занятие включает следующие структурные элементы:

1) инструктаж, проводимый преподавателем,
2) самостоятельная деятельность обучающихся,
3) анализ и оценка выполненных работ.

Контроль и оценка результатов выполнения обучающимися работ, заданий на практических занятиях направлены на проверку освоения умений, практического опыта, развития общих и формирование профессиональных компетенций, определённых программой учебной дисциплины.

Оценки за выполнение заданий на практических занятиях выставляются по пятибалльной системе и учитываются как показатели текущей успеваемости обучающихся.

ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

№ п/п	Тема программы	Тема работы	Кол-во часов
1	*Тема 1.2. Элементы комбинаторики*	Решение задач на расчет количества выборок	2
2	*Тема 1.3. Вероятность сложных событий*	Теорема сложения и умножения вероятностей. Решение задач	2
3	*Тема 1.4. Повторение независимых испытаний*	Формула Бернулли. Решение задач	2
		Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Решение задач	2
4	*Тема 2.1. Дискретные случайные величины: понятие, распределение вероятностей*	Закон распределения дискретной случайной величины. Построение многоугольника распределения	2
5	*Тема 2.4. Дискретные случайные величины: биномиальное, геометрическое распределения, распределения по Пуассону*	Специальные распределения дискретной случайной величины. Решение задач	2
6	*Тема 4.1. Выборочный метод*	Способы отбора. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения.	2
		ИТОГО:	**14**

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Практическая работа № 1

Тема: Решение задач на расчет количества выборок

Цель: Освоить механизм решения простейших комбинаторных задач;

- Развивать логическое мышление, память, внимание и самостоятельность.

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме.
2. Законспектируйте методику решения типовых задач.
3. Рассмотрите примеры решения типовых задач.
4. Решите задачи.

Контрольные вопросы:

1. Понятие вероятности случайного события.
2. Понятия перестановки, размещения, сочетания.

Теоретическая часть.

Большинство комбинаторных задач решается с помощью двух основных правил – **правила суммы и правила произведения**.

Выбор правила	**Выбор правила**
Правило суммы	**Правило произведения**
Если некоторый объект А можно выбрать **m** способами, а другой объект В можно выбрать **n** способами, то выбор объекта либо А, либо В можно осуществить **m + n** способами.	Если объект А можно выбрать **m** способами и если после каждого такого выбора объект В можно выбрать **n** способами, то выбор пары А и В можно осуществить **m · n** способами.

Задача 1.

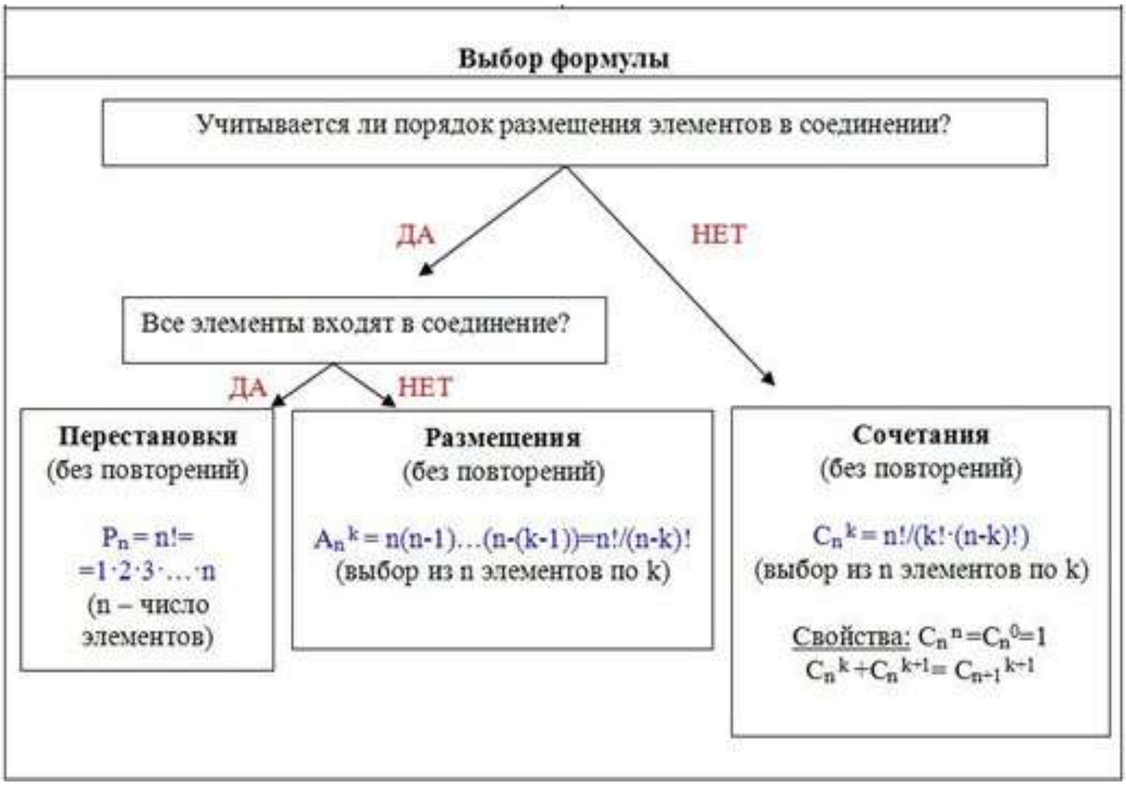
В магазине «Все для чая» есть 6 разных чашек и 4 разных блюдца. Сколько вариантов чашки и блюдца можно купить?

Решение.

Чашку мы можем выбрать 6-ю способами, а блюдце 4-я способами. Так как нам надо купить пару чашку и блюдце, то это можно сделать 6 · 4 = 24 способами (по правилу произведения).

Ответ: 24.

Для успешного решения комбинаторных задач надо еще и правильно выбрать формулу, по которой искать количество нужных соединений. В этом поможет



следующая схема.

Рассмотрим решение нескольких задач на разные виды соединений без повторений.

Задача 2.

Найдите количество трехзначных чисел, которые можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, если цифры в числе повторяться не могут.

Решение.

Для выбора формулы выясняем, что для чисел, которые мы будем составлять, порядок учитывается и не все элементы одновременно выбираются. Значит, это соединение – размещение из 7 элементов по 3. Воспользуемся формулой для числа размещений: $A_7^3 = 7(7-1)(7-2) = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ чисел.

Ответ: 210.

Задача 3.

Сколько существует семизначных телефонных номеров, в которых все цифры разные, а номер не может начинаться с нуля?

Решение.

На первый взгляд эта задача такая же, как и предыдущая, но сложность в том, что надо не учитывать те соединения, которые начинаются с нуля. Значит необходимо из существующих 10-ти цифр составить все семизначные номера телефонов, а потом от полученного числа отнять количество номеров, начинающихся с нуля. Формула будет иметь вид:

$A_{10}^7 - A_9^6 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 - 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 544\ 320.$

Ответ: 544 320.

Задача 4.

Сколькими способами можно расставить на полке 12 книг, из которых 5 книг – это сборники стихотворений, так, чтобы сборники стояли рядом?

Решение.

Сначала примем 5 сборников условно за одну книгу, потому что они должны стоять рядом. Так как в соединении существенным есть порядок, и все элементы используются, значит это перестановки из 8 элементов (7 книг + условная 1 книга). Их количество P_8. Далее будем переставлять между собой только сборники стихотворений. Это можно сделать P_5 способами. Поскольку нам нужно расставить и сборники, и другие книги, то воспользуемся правилом произведения. Следовательно, $P_8 \cdot P_5 = 8! \cdot 5!$. Число способов будет большим, поэтому ответ можно оставить в виде произведения факториалов.

Ответ: 8! · 5!

Задача 5.

В классе 16 мальчиков и 12 девочек. Для уборки территории возле школы нужно 4 мальчика и 3 девочки. Сколькими способами можно их выбрать со всех учеников класса?

Решение.

Сначала отдельно выберем 4 мальчика из 16 и 3 девочки из 12. Так как порядок размещения не учитывается, то соответственные соединения – сочетания без повторений. Учитывая необходимость одновременного выбора и мальчиков, и девочек, используем правило произведения. В результате число способов будет вычисляться таким образом:

$C_{16}^4 \cdot C_{12}^3 = (16!/(4! \cdot 12!)) \cdot (12!/(3! \cdot 9!)) = ((13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16) / (2 \cdot 3 \cdot 4)) \cdot ((10 \cdot 11 \cdot 12) / (2 \cdot 3)) = 400\,400$.

Ответ: 400 400.

Таким образом, успешное решение комбинаторной задачи зависит от правильного анализа ее условия, определения типа соединений, которые будут составляться, и выбора подходящей формулы для вычисления их количества.

1. **Вычислить.**

1.1	$\frac{5!-3!}{4!}$	**2.1**	$\frac{p_6-p_2}{4!}$	**3.1**	$C_8^3+3!$
1.2	$\frac{4!}{3!+6!}$	**2.2**	$\frac{A_{12}^5}{4!}$	**3.2**	$C_7^2\cdot 5!+A_4^2$
1.3	$\frac{5!\cdot 3!}{6!}$	**2.3**	$A_{12}^5\cdot p_5$	**3.3**	$6!-C_{10}^8$

2. **Решить задачу.**

2.1 Сколько трехбуквенных слов можно образовать из букв слова «АРБУЗ»?

2.2 Сколько различных слов, даже бессмысленных можно образовать, представляя буквы «АРБУЗ»?

2.3 Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 2;4;6;7;9?

2.4 Сколько трехбуквенных слов можно образовать из букв слова «ПЕРСИК» **2.5** Сколько различных слов, даже бессмысленных, можно образовать представляя буквы «ПЕРСИК» ?

2.6 Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 2;3;4;5;6?

2.7 В шахматном турнире участвуют 16 человек. Сколько партий должно быть сыграно в турнире, если между любыми двумя участниками должна быть сыграна одна партия?

2.8 В хоровом кружке занимаются 9 человек. Необходимо выбрать двух солистов. Сколькими способами это можно сделать?

2.9 В спортивной команде 9 человек. Необходимо выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

2.10 Сколько существует вариантов рассаживания вокруг стола 6 гостей на 6 стульях?

2.11 Сколькими способами 10 футбольных команд могут разыграть между собой золотые, бронзовые и серебряные медали?

2.12 В магазине продаются блокноты 7 разных видов и ручки 4 разных видов. Сколькими разными способами можно выбрать покупку из одного блокнота и одной ручки?

1. Классическая вероятность

В классической схеме вероятность любого события определяется как отношение числа m благоприятных для события A элементарных исходов к общему числу элементарных исходов n.

$$P(A)=\frac{m}{n}$$

Пример 1:

Некто, перетасовывая колоду из 36 карт, извлекает оттуда случайным образом одну карту. Какова вероятность того, что это будет туз?

Решение:

Тузов всего 4. Это количество благоприятных исходов. Всего карт 36 - это количество всех исходов испытания. Искомая вероятность равна 4/36 = 1/9

Пример 2:

В конверте среди 25 карточек находится разыскиваемая карточка. Из конверта наудачу извлечено 6 карточек. Какова вероятность, что среди них окажется нужная карточка?

Решение:

Извлечь 6 карточек из 25 можно C^6_{25} способами. Это количество всех исходов. Подсчитаем количество благоприятных исходов. Если нужная карточка уже есть в наборе, то остальные пять карточек из 24 можно выбрать C^5_{24} способами.

$$P(A)=\frac{C_{24}^5}{C_{25}^6}=\frac{\frac{24!}{5!\,19!}}{\frac{25!}{6!\,19!}}=\frac{24!\,6!}{5!\,25!}=\frac{6}{25}=0,24$$

1.1 Шесть шаров случайным образом раскладывают в три ящика. Найти вероятность того, что во всех ящиках окажется разное число шаров, при условии, что все ящики не пустые.

1.2 На шахматную доску случайным образом поставлены две ладьи. Какова вероятность, что они не будут бить одна другую?

1.3 Шесть рукописей случайно раскладывают по пяти папкам. Какова вероятность того, что ровно одна папка останется пустой?

1.4 Ребенок имеет на руках 5 кубиков с буквами: А, К, К, Л, У. Какова вероятность того, что ребенок соберет из кубиков слово "кукла"?

2. Вычисление вероятностей с помощью формул комбинаторики

Пример 1: В партии из $N = 10$ деталей имеется $L = 7$ стандартных.

Наудачу отобраны $k = 6$ деталей. Найти вероятность того, что среди отобранных деталей ровно $r = 4$ стандартных.

Решение: Число n всех возможных элементарных исходов выбора равно числу способов, которыми можно извлечь k деталей из N деталей, т.е. $n = C_N^k$ – числу сочетаний из N элементов по k.

$$n = C_N^k = C_{10}^6 = \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 210$$

Подсчитаем число исходов, составляющих интересующее нас событие A – (среди k деталей ровно r стандартных). Из k стандартных деталей взять r стандартных деталей можно C_k^r способами, при этом остальные $k – r$ деталей должны быть нестандартными; взять их из $N – L$ нестандартных деталей можно C_{N-L}^{k-r} способами. Число m всех благоприятствующих A исходов равно произведению $m = C_k^r . C_{N-L}^{k-r}$.

$$m = C_k^r . C_{N-L}^{k-r} = C_7^4 . C_3^2 = \frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{3\cdot 2}{2\cdot 1} = 105.$$

Вероятность события A равна отношению m – числа исходов, благоприятствующих событию A, к n – числу всех возможных элементарных исходов

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_k^r\cdot C_{N-L}^{k-r}}{C_N^k}\ \frac{105}{210} = 0{,}5.$$

2.1 Из 100 изготовленных пальто оказалось 7 третьего сорта, а остальные пальто первого и второго сорта. Какова вероятность, что пять отобранных пальто будут первого или второго сорта.

2.2 Студент знает 30 из 40 вопросов программы. Каждый билет содержит два вопроса программы. Найти вероятность того, что студент знает оба вопроса билета.

2.3 Из урны, в которой 30 шаров белых и 4 красных, наудачу вынимаются 3 шара. Найти вероятность того, что среди них есть хотя бы один красный шар.

2.4 В партии из 10 приборов 8 не имеют дефекта. Найти вероятность того, что из двух наудачу взятых приборов хотя бы один без дефекта.

2.5 Из полного набора костей домино наугад берут 3 кости. Какова вероятность того, что хотя бы две из них дубли?

2.6 Открываются одна за другой карты колоды из 36 штук. Какова вероятность того, что первой картой пиковой масти окажется пятая карта?

2.7 В урне 6 белых и 5 красных шаров. Наугад последовательно без возврата вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара красные.

2.8 Среди 17 студентов группы, из которых восемь девушек, разыгрывается семь билетов, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что среди обладателей билетов окажутся четыре девушки?

2.9 Партия из 100 изделий содержит 40 изделий 1–го сорта, а остальные второго сорта. Наудачу берут 4 изделия, найти вероятность того, что все они будут одного сорта.

2.10 Найти вероятность того, что в 4-х значном номере наудачу взятой машины: а) все цифры различны, б) все цифры одинаковы.

Практическая работа №2 «Теорема сложения и умножения. Решение задач»

Цель: закрепить и проверить знания и умения по нахождению вероятности сложных событий и полной вероятности.

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме.
2. Законспектируйте решение типовых задач.
3. Решите задачи.

Контрольные вопросы:

Понятие условной вероятности.

Формула полной вероятности.

От чего зависит количество гипотез появления некоторого случайного события

Краткий теоретический материал.

Теорема1: Вероятность суммы двух **несовместных** событий равна сумме вероятностей этих событий: P(A+B)=P(A)+P(B).

Теорема 2: Вероятность суммы двух **совместных** событий A и B равна сумме их вероятностей без вероятности их совместного появления, т.е. P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB).

Пример 1. Найти вероятность **суммыпротивоположных** событий.

Решение: События A и A несовместны, следовательно P(A +A) = P(A) + P(A). Сумма двух противоположных событий есть событие достоверное, поэтому P(A +A)= 1. Тогда P(A) + P(A) =1. Отсюда следует :

P(A) = 1 - P(A).

Пример 2. В урне 3 красных, 5 синих и 2 белых шара. Наудачу вынимают один шар. Какова вероятность того, что шар окажется цветным?

Решение: Пусть событие A- вынут синий шар, событие B- красный шар. Эти события несовместны. Интересующее событие- вынут цветной шар, означает, что вынут красный или синий, т.е. событие A+B. используем теорему о сумме несовместных событий P(A+B)=P(A)+P(B). вычислим вероятности событий A и B: P(A)=5/10=1/2; P(B)=3/10. Тогда искомая вероятность равна P(A+B) = 1/2+3/10= 8/10=0,8.

Пример 3. На 100 лотерейных билетов приходится 5 выигрышных. Какова вероятность выигрыша хотя бы по одному билету, если приобретено: а) 2 билета; б) 4 билета?

Решение. Пусть событие A_i={выигрыш по i-му билету}, i=1, 2, 3, 4. События A_i - совместные, но зависимые.

а) По формулам (8) и (4) вероятность выигрыша хотя бы по одному из двух билетов

$$P(A_1+A_2)=P(A_1)+P(A_2)-P(A_1A_2)=P(A_1)+P(A_2)-P(A_1)\cdot P(A_2/A_1)=$$

$$=\frac{5}{100}+\frac{5}{100}-\frac{5}{100}\cdot\frac{4}{99}=0,098.$$

Два события А и В называются **независимыми**, если появление одного из них не изменяет вероятности появления другого.

События А и В называются **зависимыми**, если появление одного из них изменяет вероятность появления другого.

Условной вероятностью $P_A(B)$ называется вероятность события В, вычисленная в предположении, что событие А уже произошло. Обозначив условную вероятность $P(A/B)$, получим формулу

$$P(A/B)=\frac{P(AB)}{P(B)},\quad (P(B)\neq 0).$$

<u>Теорема 3</u>: Вероятность произведения двух зависимых событий А и В равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, в предположении, что первое уже произошло, т.е. $P(AB)=P(A)P_A(B)$

<u>Теорема 4:</u> Вероятность произведения двух независимых событий А и В равна произведению их вероятностей $P(AB)=P(A)P(B)$.

Пример 4. По мишени стреляют три стрелка. Вероятности попадания соответственно равны 0,7; 0,8 и 0,9. Найти вероятность того, что попадут все три.

Решение:

Пусть событие А- попал 1-й, В- 2-й и С-3-й. Эти события независимые, тогда применяя соответствующую теорему получим, что вероятность совместного появления всех трех событий равна: $P(ABC)=P(A)P(B)P(C)=0,7\cdot 0,8\cdot 0,9=0,504$.

Пример 5. Определить вероятность того, что выбранное наудачу изделие является первосортным, если известно, что 4 % всей продукции является браком, а 75 % небракованных изделий удовлетворяют требованиям первого сорта.

Решение. Пусть событие А={выбранное изделие небракованное}, событие В={небракованное изделие удовлетворяет требованиям первого сорта}, событие С={выбранное наудачу изделие первосортное}. Событие С предоставляет собой произведение событий А иВ: С=АВ. По условию $P(A)=1-0,04=0,96$, $P(B/A)=0,75$. Тогда по теореме умножения вероятностей (см. 2.1) искомая вероятность $P(AB)=P(A)\cdot P(B/A)=0,96\cdot 0,75=0,72$.

Вероятность Р(В) появления события В, которое может произойти только совместно с одним из событий $H_1, H_2, \ldots, H_n$, образующих полную группу попарно несовместных событий, т. е. $H_i\cdot H_j\neq\varnothing,\ i\neq j$ и $\sum_{i=1}^{n}H_i=D$, вычисляется по ***формуле полной вероятности***

$$P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(H_i)P(B/H_i),$$ **где** $$\sum_{i=1}^{n}P(H_i)=1.$$

При этом события $H_1, H_2, \ldots, H_n$ обычно называют **гипотезами**, а числа $P(H_i)$ - вероятностями гипотез.

Условная вероятность гипотезы H_i в предположении, что событие В уже имеет место, определяется по формуле Байеса:

$$P(H_i/B)=\frac{P(BH_i)}{P(B)}=\frac{P(H_i)P(B/H_i)}{\sum_{i=1}^{n}P(H_i)P(B/H_i)}, \quad (i=1,2,\dots,n)$$

Вероятности $P(H_i/B)$, вычисленные по формуле Байеса, часто называют вероятностями гипотез.

Задания для практической работы.

1. **Вариант.**

1. Какова вероятность того, что при одном бросании игральной кости выпадет не 6 очков?
2. Многократные испытания показали, что для некоторого стрелка вероятность выбить при стрельбе 10 очков равна 0,1 , а вероятность выбить 9 очков равна 0,3. чему равна для этого стрелка вероятность выбить не менее 9 очков?
3. В одной партии электролампочек 3% бракованных, а в другой – 4%. Наугад берут по одной лампочке из каждой партии. Какова вероятность того, что обе лампочки окажутся бракованными?
4. На технический контроль качества предъявляется партия из 1000 деталей, в которой 200 деталей изготовлено на заводе А, 300 деталей – на заводе В, остальные – на заводе С. Доля брака зависит от завода-изготовителя и составляет для завода А и В 15%, а для завода С – 30%. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь окажется отличного качества.
5. Из 50 деталей 18 изготовлены в первом цехе, 20 – во втором, остальные – в третьем. Первый и третий цеха дают продукцию отличного качества с вероятностью 0,9, второй – с вероятностью 0,6. Взятая деталь оказалась отличного качества. Какова вероятность того, что деталь изготовлена во втором цехе?

2. **Вариант.**

1. Вероятность появления бракованной детали в партии равна 0,015. Найти вероятность того, что из партии будет изъята набракованная деталь.
2. Для отправки груза из склада может быть выделено по одной из двух машин различного вида. Вероятность их прихода соответственно равна 0,2 и 0,4.
3. На одной полке стоит 12 книг, две из которых – сборники стихов, а на другой – 15 книг, три из которых – сборники стихов. Наугад берут с полки по одной книге. Какова вероятность того, что обе книги окажутся сборниками стихов?
4. В пирамиде пять винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.
5. В специализированную больницу поступают в среднем 50 % больных с заболеванием К, 30 % - с заболеванием Н, 20% - с заболеванием М. вероятность полного излечения от болезни К равна 0,7, для болезней Н и М эта вероятность соответственно равна 0,8 и 0,9. Больной, поступивший в больницу выписан здоровым. Найти вероятность того, что этот больной страдал заболеванием К.

3. **Вариант.**

1. Вероятность выигрыша, приходящаяся на один билет в школьной лотерее, равна $\frac{2}{121}$. Какова вероятность получения невыигрышного билета в этой лотерее?
2. В коробке лежат 24 одинаковые авторучки. Из них 13 красные, 5 зеленые, остальные — синие. Продавец наудачу достает одну авторучку. Найдите вероятности событий«извлеченная ручка не красная».
3. В мешке находится 5 белых шаров и 3 черных. Из мешка наугад вынимают один шар. Его цвет записывают, шар возвращают в мешок и шары перемешивают. Затем снова из мешка вынимают один шар. Какова вероятность того, что оба раза будут вынуты черные шары?
4. В пирамиде пять винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.
5. У рыбака имеется три излюбленных места для ловли рыбы, которые он посещает с равной вероятностью каждое. Если он закидывает удочку в первом месте, рыба клюет с вероятностью 0,6; во втором месте – с вероятностью 0,9; в третьем – с вероятностью 0,7. Рыбак, выйдя на ловлю рыбы, закинул удочку, и рыба клюнула. Найти вероятность того, что он удил рыбу в первом месте.

4. **Вариант.**

1. В ящике лежат 3 белых, 4 черных и 5 красных шаров. Какова вероятность того, что наугад вынутый шар окажется не красным?
2. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор работает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.
3. В мешке находится 5 белых шаров и 3 черных. Из мешка наугад вынимают один шар. Его цвет записывают, шар возвращают в мешок и шары перемешивают. Затем снова из мешка вынимают один шар. Какова вероятность того, что оба раза будут вынуты белые шары?
4. Электрические лампы изготавливаются на трех заводах. Первый завод производит45% общего количества электроламп, второй – 40%, третий – 15%. Продукция первого завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80%, третьего – 81%. В магазин поступает продукция всех трех заводов. Какова вероятность того, что купленная в магазине лампа окажется стандартной?
5. Пассажир может обратиться за билетом в одну из трех касс. Вероятности обращения в каждую кассу зависят от их места расположения и равны соответственно 0,3, 0,6 и 0,1. Вероятность того, что к моменту прихода пассажира имеющиеся в кассе билеты будут распроданы, равна для первой кассы 0,4, для второй 0,6, для третьей 0,2. Пассажир направился за билетом в

одну из касс и приобрел билет. Найти вероятность того, что это была третья касса.

5. **Вариант.**

1. Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что на обеих костях не выпало два одинаковых числа очков?
2. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго—0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков.
3. Монету бросили три раза подряд. Какова вероятность того, что каждый раз выпадет решка?
4. В магазине бытовой техники продаются телевизоры трех производителей: Samsung – 50%,LG – 30 %, Sony – 20%/ вероятность поломки в течении гарантийного срока для них составляет 0,05, 0,03 и 0,06 соответственно. Найти вероятность того, что купленный в магазине телевизор не потребует ремонта в течении гарантийного срока.
5. Три организации поставили в контрольное управление счета для выборочной проверки: первая 15 счетов, вторая – 10, третья – 25. Вероятности правильного оформления счетов у этих организаций соответственно таковы: 0,9; 0,8; 0,85. Был выбран один счет, и он оказался правильным. Определить вероятность того, что этот счет принадлежит второй организации.

Вопросы для самоконтроля.

1. Чему равна сумма вероятностей двух противоположных событий?
2. Чему равна вероятность суммы двух несовместных событий?
3. Что называют условной вероятностью? Как её вычислить?
4. Чему равна вероятность двух зависимых событий?
5. Что называют условной вероятностью? Как вычислить условную вероятность?
6. Формула полной вероятности.
7. Чему равна вероятность гипотезы после испытания?

Практическая работа №3 «Формула Бернулли. Решение задач

Цель: закрепить и проверить ЗУН учащихся по нахождению вероятности события по формуле Бернулли.

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме.
2. Законспектируйте решение типовой задачи.

3. Решите задачи.

Контрольные вопросы:

В каких случаях применима формула Бернулли?

Когда удобнее применить формулу Пуассона?

Задания для практической работы.

Вариант 1

a. Случайным образом называют десять цифр. Какова вероятность того, что цифра 5 встретиться ровно семь раз?
b. Прибор состоит из 10 узлов. Вероятность безотказной работы каждого узла за некоторое время t равна p = 0,8. Узлы выходят из строя независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что за время t откажут 4 узла.
c. Тест по теории вероятностей состоит из 10 вопросов. На каждый вопрос в тесте предлагается 4 варианта ответа, из которых надо выбрать один правильный. Какова вероятность того, что, совершенно не готовясь к тесту, студенту удастся угадать правильные ответы по крайней мере на 6 вопросов?

Вариант 2.

a. «Хорошо» если наудачу выбранная карта из 36 – не бубновая. Карту каждый раз возвращают в колоду. Какова вероятность того, что ровно в 5 случаях из 8 таких вытаскиваний будет «плохо»?
b. Вероятность изготовления на станке стандартной детали равна 0,9. Найти вероятность того, что из 6 взятых деталей 5 окажутся стандартными?
c. В коробке 3 детали, вероятность брака для каждой детали равна 0,1. Какова вероятность того, что среди 10 коробок будет не менее 8 не содержащих бракованных деталей?

Вариант 3.

a. Бросание кубика считается удачным, если выпадет 5 или 6 очков. Какова вероятность того, что ровно 3 бросания из 7 окажутся удачными?
b. Четыре стрелка один независимо от другого производят по одному выстрелу по общей мишени. Вероятность попадания в мишень для каждого стрелка 0,8. Найти вероятность того, что в мишени будет одна пробоина.
c. На аукционе выставлено 12 лотов. Для каждого лота вероятность быть проданным по максимальной цене равна 0,8. Какова вероятность того, что по максимальной цене будет продано более семи лотов?

Вариант 4.

a. Прибор состоит из 10 узлов. Вероятность безотказной работы каждого узла за некоторое время t равна p = 0,8. Узлы выходят из строя независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что за время t откажут 6 узлов.
b. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для данного стрелка равна 0,7 и не зависит от номера выстрела. Найти вероятность того, что при 5 выстрелах произойдет ровно 2 попадания в мишень.
c. При каждом вкладе инвестиций в промышленные проекты вероятность получения с них прибыли равна 0,7. Определить вероятность того, что из 10 проектов прибыль принесут не меньше 4 предприятий.

Вариант 5.

a. Вероятность изготовления на станке-автомате нестандартной детали равна 0,02. Какова вероятность того, что среди наудачу взятых шести деталей окажется более четырех стандартных.
b. Прибор состоит из 10 узлов. Вероятность безотказной работы каждого узла за некоторое время t равна p = 0,8. Узлы выходят из строя независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что за время t откажут 5узлов.

c. На полке магазина располагается 10 продуктов. Вероятность того, что спрос на каждый продукт снизиться, равна 0,7. Найти вероятность того, что в течении некоторого времени произойдет снижение спроса хотя бы на один продукт.

Вопросы для самоконтроля.

1. В каких случаях целесообразно применить теорему Бернулли?
2. Формула для вычисления вероятности в серии испытаний.
3. Что называют наивероятнейшим числом успехов?
4. Как вычислить наивероятнейшее число успехов?

Практическая работа № 4 «Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Решение задач»

Цель: Научиться вычислять вероятности и характеристики НСВ.

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме.
2. Решите задачи.

Контрольные вопросы:

1. Понятие НСВ.
2. Понятие равномерно распределённой НСВ.

Непрерывной называют **случайную величину**, которая может принимать все значения из некоторого промежутка.

Законом распределения (или интегральной функцией распределения)**непрерывной случайной величины** X называется функция F(x), равная вероятности того, что X приняла значение меньше X:

$F(x) = P(X < x)$.

Плотностью распределения (или дифференциальной функцией распределения) **непрерывной случайной величины** X называется функцияf(x), равная производной интегральной функции распределения:

$f(x) = F'(x)$.

В частности, вероятность попадания случайной величины в интервал (a ; b) равна:

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$$

Математическое ожидание M(X) и **дисперсия D(X)** непрерывной случайной величины определяются через несобственные интегралы:

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx, \quad D(X) = \int_{-\infty}^{\infty}[x - M(x)]^2 f(x)dx.$$

Все свойства дисперсии и математического ожидания, установленные для ДСВ, сохраняются для НСВ.

Замечание: Если распределение симметрично, то его мода, медиана и математическое ожидание совпадают.

Решите задачи

1. Случайная величина X задана интегральной функцией:

$$F(x)=\begin{cases}0 & при\ x\le -2\\ \frac{x}{4}+\frac{1}{2} & при -2<x\le 2\\ 1 & при\ x>2\end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина *X*примет значение: а) меньше 0; б) меньше 1; в) не меньше 1; г) заключенное в интервале (0;2).

2. Случайная величина задана интегральной функцией:

$$F(x)=\begin{cases}0 & при\ x\le 1\\ \frac{x^2}{8}-\frac{1}{8} & при\ 1<x\le 3\\ 1 & при\ x>3\end{cases}$$

Найти: а) дифференциальную функцию случайной величины *X;* б) математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение случайной величины *X;* в) вероятность попадания случайной величины в интервал (1;2).

3. Случайная величина X задана интегральной функцией:

$$F(x)=\begin{cases}0 & при\ x\le A\\ \frac{x^3}{4} & при\ A<x\le B\\ 1 & при\ x>B\end{cases}$$

Найти значения *A и B,* математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины *X*.

4. Случайная величина *X* задана интегральной функцией:

Найти: а) дифференциальную функцию случайной величины *X;* б) вероятность того, что в результате четырех независимых испытаний случайная величина *X*хотя бы один раз примет значение, принадлежащее интервалу (1;1,5); в) начертить графики функций.

Задание: составьте алгоритм решения задачи и решите ее.

Случайная величина *X* задана интегральной функцией:

$$F(x)=\begin{cases}0 & при\ x\le 2\\ \frac{x^3-8}{19} & при\ 2<x\le 3\\ 1 & при\ x>3\end{cases}$$

Найти: а) дифференциальную функцию; б) вероятность попадания случайной величины в интервал (2,5; 3); в) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины *X;* г) моду и медиану величины *X*. Построить графики функций.

Практическая работа №5 «Закон распределения дискретной случайной величины. Построение многоугольника распределения».

Цель: Научиться вычислять вероятности случайных событий

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме.
2. Законспектируйте решение типовой задачи.

3. Решите задачи.

Контрольные вопросы:

Понятие дискретной случайной величины, непрерывной случайной величины, ряда распределения, функции распределения.

Законы распределения случайных величин.

От чего зависит форма представления закона распределения.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

1. Из 25 контрольных работ, среди которых 5 оценены на «отлично», наугад извлекают 3 работы. Составьте ряд распределения числа работ, оцененных на «отлично» и оказавшихся в выборке. Постройте полигон распределения вероятностей.
2. На связке имеется пять ключей от разных кабинетов. Вынутым ключом пытаются открыть дверь одного из кабинетов. Составить закон распределения случайной величины X - числа попыток открыть дверь. Ключ повторно не используется. Составить функцию распределения случайной величины и построить график функции распределения.
3. Ведется стрельба до первого попадания, но не свыше 5 выстрелов. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,7. X - число произведенных выстрелов. K = 3. Найти закон распределения случайной величины X. Построить график функции распределения и найти вероятность события X K.

Вариант 2.

1. Вероятность того, что студент сдаст семестровый экзамен в сессию по дисциплинам математический анализ и алгебра, равны соответственно 0,7 и 0,9. Составьте закон распределения числа семестровых экзаменов, которые сдаст студент. Постройте многоугольник распределения вероятностей.
2. Игральная кость бросается два раза. Составить закон распределения случайной величины X– числа выпадений четного числа очков. Составить функцию распределения случайной величины и построить график функции распределения.
3. У стрелка, вероятность попадания которого в мишень равна 0,65 при каждом выстреле, имеется 5 патронов. Стрельба прекращается при первом же попадании. X - число оставшихся патронов. K = 3. Найти закон распределения случайной величины X. Построить график функции распределения и найти вероятность события X K.

Вариант 3.

1. В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных . наудачу отобраны две детали. Составить за он распределения числа стандартных деталей среди отобранных и построить многоугольник распределения.

2. Вероятность того, что в библиотеке необходимая студенту книга свободна, равна 0,4. Составить закон распределения числа библиотек, которые посетит студент, если в городе 6 библиотек. Составить функцию распределения случайной величины и построить график функции распределения.

3. Партия из 20 деталей содержит 4 бракованных. Произвольным образом выбрали 5 деталей.X - число доброкачественных деталей среди отобранных. K = 2. Найти

закон распределения случайной величины Х. Построить график функции распределения и найти вероятность события Х К.

Вариант 4.

1. Устройство состоит из 4 независимо работающих приборов. Вероятность отказа каждого прибора в одном опыте составляет 0,2. Составить закон распределения числа отказавших приборов водном опыте и построить многоугольник распределения.
2. Вероятность попадания в мишень для спортсмена при одном выстреле равна 0,7. Составить закон распределения случайной величины Х – числа попаданий, если спортсмен сделал три выстрела. Составить функцию распределения случайной величины и построить график функции распределения.
3. В темной комнате 7 красных кубиков и 8 синих, не отличных друг от друга на ощупь. Мальчик вынес 3 кубика. Х - число красных кубиков среди вынесенных. К=2. Найти закон распределения случайной величины Х. Построить график функции распределения и найти вероятность события Х К.

Вариант 5.

1. Производится три независимых опыта, в каждом из которых событие А может произойти с вероятностью 0,4. Рассматривается случайная величина Х – число появления события А в трех опытах. Составить закон распределения и построить многоугольник распределения.
2. В коробке 4 белых и 6 черных шаров. Наудачу извлекли три шара. Составить закон распределения случайной величины Х – числа появления белых шаров среди извлечённых. Составить функцию распределения случайной величины и построить график функции распределения.
3. Баскетболист бросает мяч в корзину до первого попадания, но делает не более 5 раз. Вероятность попадания при каждом броске 0,4. Х - число сделанных бросков. К = 4.Найти закон распределения случайной величины Х. Построить график функции распределения и найти вероятность события Х К.

Вопросы для самоконтроля.

1. Что называют случайной величиной?
2. Что такое - закон распределения случайной величины?
3. Какими численными характеристиками обладает случайная величина?
4. Что такое функция распределения? Какими свойствами она обладает?
5. Что называют многоугольником распределения?

Практическая работа № 6 «Дискретные случайные величины: биномиальное, геометрическое распределения, распределения по Пуассону»

Цель: Научиться вычислять вероятности (для одномерного случая, для двумерного случая, для простейших функций от двух независимых равномерно распределённых величин)

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите решение типовой задачи.
2. Решите задачи.

Контрольные вопросы:

1.Понятие биномиального распределения, Понятие биномиального распределения. Понятие геометрического распределения, характеристики геометрического распределения.

2.Понятие биномиального распределения, характеристики биномиального распределения.

3. Понятие геометрического распределения, характеристики геометрического распределения.

Решение типовой задачи

Каждый пятый билет лотереи – выигрышный. Какова вероятность того, что из 10 приобретённых билетов два билета окажутся выигрышными?

Решение

Проверяется 10 билетов, т.е. проводится 10 независимых испытаний. Вероятность выигрыша в каждом испытании p = 1 / 5 = 0,2 , тогда q = 0,8 . Искомую вероятность находим по формуле Бернулли, пологая n = 10, m = 2.

$$P_{10}(2) = C_{10}{}^{2} \cdot p^{2} \cdot q^{8} = 36 \cdot 0{,}2^{2} \cdot 0{,}8^{8} \approx 0{,}242.$$

Решите задачи:

1. Тридцать восемь студентов колледжа сдали экзамен по статистике на отличные и хорошие отметки. Чему равна вероятность того, что в случайной выборке из 100 студентов по крайней мере 30 окажутся с хорошими и отличными оценками по статистике?

2. Вероятность изготовления продукции высшего качества фирмой составляет 0,9. Сколько необходимо обследовать единиц продукции, чтобы с доверительной вероятностью 0,95 можно было утверждать, что доля продукции высшего качества по выборке будет отклоняться от постоянной вероятности по модулю не более чем на 0,03?

3. Тридцать восемь студентов колледжа сдали экзамен по статистике на отличные и хорошие отметки. Чему равна вероятность того, что в случайной выборке из 100 студентов по крайней мере 30 окажутся с хорошими и отличными оценками по статистике?

Практическая работа № 7 «Выборочный метод»

Цель: Научиться строить для заданной выборки ее графическую диаграмму, проводить оценивание математического ожидания нормального распределения, интервальное оценивание вероятности события.

Средства обучения: тетради для выполнения практических занятий, Интернет-ресурсы.

Содержание и порядок выполнения работы:

1. Рассмотрите теоретический материал по теме.
2. Законспектируйте решение типовой задачи.
3. Решите задачи.

Контрольные вопросы:

1. Понятие дискретного и интервального вариационных рядов.
2. Понятия полигона и гистограммы.
3. От чего зависит форма представления закона распределения.

В реальных условиях обычно бывает трудно или экономически нецелесообразно, а иногда и невозможно исследовать всю совокупность, характеризующую изучаемый признак (генеральную совокупность). Поэтому на практике широко применяется выборочное наблюдение, когда обрабатывается часть генеральной совокупности (выборочная совокупность). Свойства (закон распределения и его параметры) генеральной совокупности неизвестны, поэтому возникает задача их оценки по выборке. Для получения хороших оценок характеристик генеральной совокупности необходимо, чтобы выборка была **репрезентативной** (представительной). Репрезентативность, в силу закона больших чисел, достигается случайностью отбора.

Различают 5 основных типов выборок:

1. **Собственно случайная**:
   1. **повторная** (элементы после выбора возвращаются обратно);
   2. **бесповторная** (выбранные элементы не возвращаются).
2. **Типическая** – генеральная совокупность предварительно разбивается на группы типических элементов, и выборка осуществляется из каждой. Следует различать:
   1. **равномерные** выборки (при равенстве объемов исходных групп в генеральной совокупности выбирается одинаковое количество элементов из каждой);
   2. **пропорциональные** (численность выборок формируют пропорционально численностям или средним квадратическим отклонениям групп генеральной совокупности);
   3. **комбинированные** (численность выборок пропорциональна и средним квадратическим отклонениям, и численности групп генеральной совокупности).
3. **Механическая** – отбор элементов проводится через определенный интервал.
4. **Серийная** – отбор проводится не по одному элементу, а сериями для проведения сплошного обследования.
5. **Комбинированная** – используются различные комбинации вышеуказанных методов, например, типическая выборка сочетается с механической и собственно случайной.

Основная задача математической статистики – это получение и обработка данных для статистически значимой поддержки процесса принятия решения, например, при решении задач планирования, управления, прогнозирования.

Генеральной совокупностью называется совокупность всех однородных объектов, из которых производится выборка.

Выборочной совокупностью (или выборкой) называется совокупность случайно отобранных однородных объектов.

Объёмом совокупности (генеральной или выборочной) называется число объектов этой совокупности.

Статистическим распределением выборки называют перечень наблюдавшихся значений $x_к$ признака X и соответствующих им частот n_k(или относительных частот n_k/n), записанных в возрастающем порядке.

Полигоном относительных частот дискретно распределённого признака X называют ломанную, отрезки которой соединяют точки $(x_1; n_1/n)$, $(x_2; n_2/n)$,…$(x_k;n_k/n)$.

Гистограммой относительных частот непрерывно распределённого признака X называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы h охватывающие все наблюдаемые значения признака X, а высоты равны отношению $n_k/(nh)$. Площадь такой гистограммы равна единицы.

Выборочная средняя (служит оценкой математического ожидания генеральной совокупности) вычисляется по формуле

$$\bar{x}_B = \frac{n_1x_1 + n_1x_2 + ... + n_kx_k}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_ix_i.$$

Выборочная дисперсия (служит оценкой генеральной дисперсии) определяется по формуле

$$D_B = \frac{n_1(x_1 - \bar{x}_B)^2 + n_2(x_2 - \bar{x}_B)^2 + ... + n_k(x_k - \bar{x}_B)^2}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i(x_i - \bar{x}_B)^2.$$

Для расчётов удобнее использовать следующую формулу:

$$D_B = \frac{\sum n_i x^2{}_i}{n} - \left[\frac{\sum n_i x_i}{n}\right]^2.$$

Несмещённой называют **точечную оценку** (число, полученное по выборке признака X),математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру при любом объёме выборки.

Несмещённой точечной оценкой генеральной средней (математического ожидания) служит выборочная средняя.

Смещённой точечной оценкой генеральной дисперсии служит выборочная дисперсия.

Несмещённой оценкой генеральной дисперсии служит исправленная выборочная дисперсия.

$$s^2 = \frac{n}{n-1} \cdot D_B.$$

Интервальной называют **оценку** в виде интервала, покрывающего оцениваемый параметр.

Доверительным называют **интервал**, который с заданной надёжностью γ покрывает заданный параметр.

Интервальной оценкой (с надёжностью γ) математического ожидания aнормально распределённого признака X по выборочной средней и исправленному выборочному среднему квадратическому отклонению служит доверительный интервал:

$$\bar{x}_B - t_\gamma \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_B + t_\gamma \cdot \frac{s}{\sqrt{n}},$$

где t_γ – коэффициент Стьюдента, находят из таблицы по заданным n и γ (см. приложение).

Интервальной оценкой (с надёжностью γ) среднего квадратического отклонения σ нормально распределённого признака X по исправленному выборочному среднему квадратическому отклонению служит доверительный интервал: $s \cdot (1-q) < \sigma < s \cdot (1+q).$

Решение типовой задачи

Данные к задаче

Изучая демографическую ситуацию в городе, группа исследователей на основе репрезентативной (представительной) выборки объёмом $n = 100$ составила таблицу, содержащую следующие данные: количество несовершеннолетних детей (признак X) и доход на одного члена семьи (признак Y, тыс. руб.).

По выборке дискретно распределённого признака X требуется: а) изобразить полигон выборки; б) определить выборочное среднее и выборочную дисперсию случайной величины X.

По выборке дискретно распределённого признака Y требуется: а) изобразить гистограмму выборки; б) определить выборочное среднее и выборочное среднее квадратическое отклонение случайной величины Y; в) определить доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания и неизвестного среднего квадратического отклонения случайной величины Y. Предполагается, что случайная величина распределена нормально. Доверительная вероятность равна 0,95.

Решение.

а) По оси ординат откладываем варианты выборки признака X – количество несовершеннолетних детей – 0 ; 1 ; 2 ; 3.

По оси абсцисс откладываем соответствующие им относительные частоты– 16/100; 41/100; 32/100; 11/100.

б) Определяем выборочное среднее:

$$\bar{x}_B = \frac{0\cdot16+1\cdot41+2\cdot32+3\cdot11}{100} \approx 1{,}38.$$

Определяем выборочную дисперсию:

$$D_{BX} = \frac{0^2\cdot16+1^2\cdot41+2^2\cdot32+3^2\cdot11}{100} - 1{,}38^2 \approx 0{,}776.$$

а) По оси ординат откладываем интервалы выборки признака Y.

По оси абсцисс откладываем соответствующие им отношения $\frac{n_y}{nh}$, где h – величина заданных интервалов (в задании h = 4 тыс.руб.). Для расчётов параметров выборки принимаем середины интервалов.

б) Определяем выборочное среднее:

$$\bar{y}_B = \frac{2\cdot18+6\cdot34+10\cdot28+14\cdot16+18\cdot4}{100} \approx 8{,}16.$$

Определяем выборочную дисперсию:

$$D_{BY} = \frac{2^2\cdot18+6^2\cdot34+10^2\cdot28+14^2\cdot16+18^2\cdot4}{100} - 8{,}16^2 \approx 18{,}69.$$

Определяем выборочное среднее квадратическое отклонение: $\sigma_y = \sqrt{D_{BY}} \approx 4{,}32.$

в) Определяем несмещённую оценку $s = \sqrt{\frac{n}{n-1}}\sigma_y = 4{,}34.$ Из таблицы выбираем коэффициент Стьюдента $t\,(0{,}95\,;100) = 1{,}98$ и вычисляем величину $t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} \approx 0{,}86.$

Тогда получим доверительный интервал для оценки математического *a*ожидания признака Y:

$$7{,}30 < a < 9{,}02.$$

Т.е. с надёжностью 0,95 (или на 95%) можно утверждать, что в указанном интервале находится средний доход (в тыс. руб.), приходящийся на одного жителя города.

По таблице приложения определяем показатель q (0,95 ; 100) = 0,143. Тогда получим доверительный интервал неизвестного среднего квадратического отклонения признака Y:

$$3{,}70 < \sigma < 4{,}94.$$

Решите задачи

1. Случайным бесповторным способом проведено выборочное обследование семей района. Из 1300 семей обследовано 130, по которым определен душевой доход на одного члена семьи, представленный в виде интервального вариационного ряда. Распределение семей по величине месячного дохода на одного члена семьи:
Группы семей по месячному доходу на одного члена семьи, руб.
До 500
500-1000
1000-1500
1500-2000
Свыше 2000
Число семей
23
36
44
17
10
С доверительной вероятностью 0,95 определить границы, в которых будет находиться средний месячный доход на одного члена семьи по району, а также доля семей с доходами, менее 1000 руб. на одного члена семьи.
2. На фирме проведен выборочный опрос 10% работников по вопросам изменения условий труда. Из 90 работников основного производства за изменение условий труда высказалось 65 человек, из 30 работников вспомогательного производства — 20, а из 25 работников, занятых управлением фирмой,— 21. С.доверительной вероятностью 0,95 определить границы, в которых будет находиться доля работников фирмы, поддерживающих изменение условий труда.