

Департамент образования Вологодской области
бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Вологодской области
«ВОЛОГОДСКИЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ»

Методические указания и задания

по организации внеаудиторной самостоятельной работы

МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, ГЕОМЕТРИЯ
Часть 1

Специальность 21.02.05 Земельно – имущественные отношения.

Рассмотрено и утверждено на заседании предметно-цикловой комиссии общеобразовательных дисциплин.

Методические указания и задания для внеаудиторной самостоятельной работы для специальности 21.02.05 Земельно – имущественные отношения.

Данные методические указания и задания для внеаудиторной самостоятельной работы представляют собой учебно-методическое пособие по организации самостоятельной внеаудиторной работы студентов.

Содержат задания для самостоятельной внеаудиторной работы для шести вариантов и критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

Методические указания призваны помочь студентам систематизировать и закрепить полученный на аудиторных занятиях по математике теоретический материал, сформировать практические навыки.

Работа над рефератом, конспектом и создание презентаций позволяет раскрыть творческие способности студента, соприкоснуться с научным осмыслением той или иной проблемы.

Составитель: Е. А. Севалёва – преподаватель БПОУ ВО «Вологодский строительный колледж»

Содержание.

1. Перечень тем и форм контроля внеаудиторной самостоятельной работы.....	4
2. Пояснительная записка.....	5
3. Самостоятельная работа № 1: «История происхождения комплексного числа» или «История развития числа».....	6 - 8
4. Самостоятельная работа № 2: «Решение иррациональных уравнений».....	8-10
5. Самостоятельная работа № 3: «Преобразование рациональных и иррациональных выражений».....	11-13
6. Самостоятельная работа № 4: «Решение показательных уравнений».....	13-15
7. Самостоятельная работа № 5: «История логарифма числа».....	16-20
8. Самостоятельная работа № 6: «Решение логарифмических уравнений».....	21-23
9. Самостоятельная работа № 7: «История создания и развития топологии».....	23
10. Самостоятельная работа № 8: «Геометрия Лобачевского».....	23
11. Самостоятельная работа № 9: «Симметрия в архитектуре г Вологда».....	23
12. Самостоятельная работа № 10: «История тригонометрии и её роль в изучении естественно-математических наук».....	23
13. Самостоятельная работа № 11: «Преобразование тригонометрических выражений».....	23-26
14. Самостоятельная работа № 12: «Пьер Ферма и Рене Декарт».....	26
15. Самостоятельная работа № 13: подготовка к выполнению индивидуального проекта.....	26
16. Литература.....	27

Перечень тем и форм контроля внеаудиторной самостоятельной работы

№ п/п	Тема программы	Форма задания	Форма контроля	Количество часов
1.	«История происхождения комплексного числа» или «История развития числа»	Презентация	Оценка выполнения презентации	6
2.	Решение иррациональных уравнений.	ДСР	Оценка выполнения ДСР	2
3.	Преобразование рациональных и иррациональных выражений.	ДСР	Оценка выполнения ДСР	2
4.	Решение показательных уравнений.	ДСР	Оценка выполнения ДСР	2
5.	История логарифма числа.	реферат	Оценка выполнения реферата	4
6.	Решение логарифмических уравнений.	ДСР	Оценка выполнения ДСР	2
7.	История создания и развития топологии.	реферат	Оценка выполнения реферата	4
8.	Геометрия Лобачевского.	реферат	Оценка выполнения реферата	4
9.	Симметрия в архитектуре г Вологда.	Презентация	Оценка выполнения презентации	6
10.	История тригонометрии и её роль в изучении естественно-математических наук.	реферат	Оценка выполнения реферата	4
11.	Преобразование тригонометрических выражений.	ДСР	Оценка выполнения ДСР	2
12.	Пьер Ферма и Рене Декарт.	реферат	Оценка выполнения реферата	2
13.		ИТП		5
	ИТОГО			45

Пояснительная записка

Данная работа представляет собой учебно-методическое пособие по организации самостоятельной внеаудиторной работы студентов по дисциплине «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» для специальности 21.02.05 Земельно – имущественные отношения.

Цель методических указаний состоит в обеспечении эффективности самостоятельной работы, определении ее содержания, установления требований к оформлению и результатам самостоятельной работы.

Целями самостоятельной работы студентов по дисциплине «Математика» являются:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических навыков;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать справочную и дополнительную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов, творческой инициативы, самостоятельности и самоорганизации;
- активизации учебно-познавательной деятельности будущих специалистов.

Рабочей программой дисциплины «Математика» предусмотрены следующие виды внеаудиторной самостоятельной работы:

1. Изучение материала лекций или учебника;
2. Решение задач;
3. Подготовка рефератов;
4. Создание презентаций.

Самостоятельные работы выполняются индивидуально в свободное от занятий время.

Студент обязан:

- перед выполнением самостоятельной работы, повторить теоретический материал, пройденный на аудиторных занятиях;
- выполнить работу согласно заданию;
- по каждой самостоятельной работе представить преподавателю отчет в виде письменной работы.

Реферат — письменная работа объемом 10-15 печатных страниц, выполняемая студентом в течение продолжительного срока (от одной недели до месяца). Это краткое точное изложение сущности какого-либо вопроса, темы на основе одной или нескольких книг, монографий или других первоисточников. Реферат должен содержать основные фактические сведения и выводы по рассматриваемому вопросу.

Реферат — не механический пересказ работы, а изложение ее сущности. От работающего над рефератом требуется аргументированное изложение собственных мыслей по рассматриваемому вопросу. В реферате нужны развернутые аргументы, рассуждения, сравнения. Материал подается не столько в развитии, сколько в форме констатации или описания. Язык реферата должен отличаться краткостью, точностью, простотой и ясностью.

В процессе подготовки и защиты реферата студент должен:

знать:

- правила работы с первоисточником;
- правила оформления документов.

уметь:

- обобщать и систематизировать факты, на их основе делать выводы;
- анализировать содержание изучаемой литературы: выделять главное в содержании; составлять тезисы и конспект; критически осмысливать разные точки зрения, определять к ним свое отношение.

В конспекте, составленном по правилам, сосредоточено самое главное, основное в изучаемой теме, разделе или произведении. В нем сосредоточено внимание на самом существенном, в кратких обобщенных формулировках приведены важнейшие теоретические положения.

Самостоятельная работа № 1.

Тема: «История происхождения комплексного числа. История развития числа».

Цель: познакомиться с историей происхождения числа, комплексного числа.

Форма самостоятельной деятельности: подготовить презентацию по заданной теме.

Компьютерную презентацию, сопровождающую выступление докладчика, удобнее всего подготовить в программе MS PowerPoint. Презентация как документ представляет собой последовательность сменяющих друг друга слайдов - то есть электронных страничек, занимающих весь экран монитора (без присутствия панелей программы). Чаще всего демонстрация презентации проецируется на большом экране, реже – раздается собравшимся как печатный материал. Количество слайдов адекватно содержанию и продолжительности выступления (например, для 5-минутного выступления рекомендуется использовать не более 10 слайдов).

На первом слайде обязательно представляется тема выступления и сведения об авторах. Следующие слайды можно подготовить, используя две различные стратегии их подготовки:

1 стратегия: на слайды выносятся опорный конспект выступления и ключевые слова с тем, чтобы пользоваться ими как планом для выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- объем текста на слайде – не больше 7 строк;
- маркированный/нумерованный список содержит не более 7 элементов;
- отсутствуют знаки пунктуации в конце строк в маркированных и нумерованных списках;
- значимая информация выделяется с помощью цвета, кегля, эффектов анимации.

Особо внимательно необходимо проверить текст на отсутствие ошибок и опечаток. Основная ошибка при выборе данной стратегии состоит в том, что выступающие заменяют свою речь чтением текста со слайдов.

2 стратегия: на слайды помещается фактический материал (таблицы, графики, фотографии и пр.), который является уместным и достаточным средством наглядности, помогает в раскрытии стержневой идеи выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- выбранные средства визуализации информации (таблицы, схемы, графики и т. д.) соответствуют содержанию;
- использованы иллюстрации хорошего качества (высокого разрешения), с четким изображением (как правило, никто из присутствующих не заинтересован вчитываться в текст на ваших слайдах и всматриваться в мелкие иллюстрации);

Максимальное количество графической информации на одном слайде – 2 рисунка (фотографии, схемы и т.д.) с текстовыми комментариями (не более 2 строк к каждому). Наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана.

Основная ошибка при выборе данной стратегии – «соревнование» со своим иллюстративным материалом (аудитории не предоставляется достаточно времени, чтобы воспринять материал на слайдах). Обычный слайд, без эффектов анимации должен демонстрироваться на экране не менее 10 - 15 секунд. За меньшее время присутствующие не успеют осознать содержание слайда. Если какая-то картинка появилась на 5 секунд, а потом тут же сменилась другой, то аудитория будет считать, что докладчик ее подгоняет. Обратного (позитивного) эффекта можно достигнуть, если докладчик пролистывает множество слайдов со сложными таблицами и диаграммами, говоря при этом «Вот тут приведен разного рода *вспомогательный* материал, но я его хочу пропустить, чтобы не перегружать выступление подробностями». Правда, такой прием делать в *начале* и в *конце* презентации – рискованно, оптимальный вариант – в *середине* выступления.

Если на слайде приводится сложная диаграмма, ее необходимо предварить вводными словами (например, «На этой диаграмме приводится то-то и то-то, зеленым отмечены показатели А, синим – показатели Б»), с тем, чтобы дать время аудитории на ее рассмотрение, а только затем приступить к ее обсуждению. Каждый слайд, в среднем должен

находиться на экране не меньше 40 – 60 секунд (без учета времени на случайно возникшее обсуждение). В связи с этим лучше настроить презентацию не на автоматический показ, а на смену слайдов самим докладчиком.

Особо тщательно необходимо отнестись к **оформлению презентации**. Для всех слайдов презентации по возможности необходимо использовать один и тот же шаблон оформления, кегль – для заголовков - не меньше 24 пунктов, для информации - для информации не менее 18. В презентациях не принято ставить переносы в словах.

Подумайте, не отвлекаете ли вы слушателей своей же презентацией? Яркие краски, сложные цветные построения, излишняя анимация, выпрыгивающий текст или иллюстрация — не самое лучшее дополнение к научному докладу. Также нежелательны звуковые эффекты в ходе демонстрации презентации. Наилучшими являются контрастные цвета фона и текста (белый фон – черный текст; темно-синий фон – светло-желтый текст и т. д.). Лучше не смешивать разные типы шрифтов в одной презентации. Рекомендуется не злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже).

Неконтрастные слайды будут смотреться тусклыми и невыразительными, особенно в светлых аудиториях. Для лучшей ориентации в презентации по ходу выступления лучше пронумеровать слайды. Желательно, чтобы на слайдах оставались поля, не менее 1 см с каждой стороны. Вспомогательная информация (управляющие кнопки) не должны преобладать над основной информацией (текстом, иллюстрациями). Использовать встроенные эффекты анимации можно только, когда без этого не обойтись (например, последовательное появление элементов диаграммы). Для акцентирования внимания на какой-то конкретной информации слайда можно воспользоваться лазерной указкой.

Диаграммы готовятся с использованием мастера диаграмм табличного процессора MSExcel. Для ввода числовых данных используется числовой формат с разделителем групп разрядов. Если данные (подписи данных) являются дробными числами, то число отображаемых десятичных знаков должно быть одинаково для всей группы этих данных (всего ряда подписей данных). Данные и подписи не должны накладываться друг на друга и сливаться с графическими элементами диаграммы. Структурные диаграммы готовятся при помощи стандартных средств рисования пакета MSOffice. Если при форматировании слайда есть необходимость пропорционально уменьшить размер диаграммы, то размер шрифтов реквизитов должен быть увеличен с таким расчетом, чтобы реальное отображение объектов диаграммы соответствовало значениям, указанным в таблице. В таблицах не должно быть более 4 строк и 4 столбцов — в противном случае данные в таблице будут просто невозможно увидеть. Ячейки с названиями строк и столбцов и наиболее значимые данные рекомендуется выделять цветом.

Табличная информация вставляется в материалы как таблица текстового процессора MSWord или табличного процессора MSExcel. При вставке таблицы как объекта и пропорциональном изменении ее размера реальный отображаемый размер шрифта должен быть не менее 18 pt. Таблицы и диаграммы размещаются на светлом или белом фоне.

Если Вы предпочитаете воспользоваться помощью оператора (что тоже возможно), а не листать слайды самостоятельно, очень полезно предусмотреть ссылки на слайды в тексте доклада ("Следующий слайд, пожалуйста...").

Заключительный слайд презентации, содержащий текст «Спасибо за внимание» или «Конец», вряд ли приемлем для презентации, сопровождающей публичное выступление, поскольку завершение показа слайдов еще не является завершением выступления. Кроме того, такие слайды, так же как и слайд «Вопросы?», дублируют устное сообщение. Оптимальным вариантом представляется повторение первого слайда в конце презентации, поскольку это дает возможность еще раз напомнить слушателям тему выступления и имя докладчика и либо перейти к вопросам, либо завершить выступление.

Для показа файл презентации необходимо сохранить в формате «Демонстрация PowerPoint» (Файл — Сохранить как — Тип файла — Демонстрация PowerPoint). В этом случае презентация автоматически открывается в режиме полноэкранный показа (slideshow)

и слушатели избавлены как от вида рабочего окна программы PowerPoint, так и от потерь времени в начале показа презентации.

После подготовки презентации полезно проконтролировать себя вопросами:

- удалось ли достичь конечной цели презентации (что удалось определить, объяснить, предложить или продемонстрировать с помощью нее?);
- к каким особенностям объекта презентации удалось привлечь внимание аудитории?
- не отвлекает ли созданная презентация от устного выступления?

Критерии оценки презентации

Критерии оценки	Содержание оценки
1. Содержательный критерий	правильный выбор темы, знание предмета и свободное владение текстом, грамотное использование научной терминологии, импровизация, речевой этикет.
2. Логический критерий	стройное логико-композиционное построение речи, доказательность, аргументированность.
3. Речевой критерий	использование языковых (метафоры, фразеологизмы, пословицы, поговорки и т.д.) и неязыковых (поза, манеры и пр.) средств выразительности. Фонетическая организация речи, правильность ударения, четкая дикция, логические ударения и пр.
4. Психологический критерий	взаимодействие с аудиторией (прямая и обратная связь), знание и учет законов восприятия речи, использование различных приемов привлечения и активизации внимания.
5. Критерий соблюдения дизайн-эргономических требований к компьютерной презентации	соблюдены требования к первому и последним слайдам, прослеживается обоснованная последовательность слайдов и информации на слайдах. Необходимое и достаточное количество фото- и видеоматериалов, учет особенностей восприятия графической (иллюстративной) информации, корректное сочетание фона и графики, дизайн презентации не противоречит ее содержанию, грамотное соотнесение устного выступления и компьютерного сопровождения, общее впечатление от мультимедийной презентации.

Самостоятельная работа № 2.

Тема: «Решение иррациональных уравнений».

Цель: закрепить навык решения иррациональных уравнений.

Форма самостоятельной деятельности: домашняя самостоятельная работа.

Иррациональными называют уравнения в которых неизвестная величина находится под знаком корня определенного степени. Простейшие иррациональные уравнения решаются или подъемом в степень или заменой. Сложные иррациональные уравнения сводятся к предыдущим некоторыми искусственными методами.

Стоит отметить, что при решении иррациональных уравнений необходимо определять область допустимых значений. Кроме того следует производить проверку, подставляя найденные значения неизвестных в исходное уравнение, поскольку при возведении в степень мы увеличиваем степень уравнения что может привести к появлению посторонних корней.

Перейдем к вычислениям.

Пример 1. Найти решение уравнения $\sqrt{3x+7} = 4$.

Решение: Находим область допустимых значений $\sqrt{3x+7} \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{7}{3}$.

Возводим обе части уравнения в квадрат и решаем:

$$3x + 7 = 16$$

$$3x = 16 - 7$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

Получили решение $x=3$.

Пример 2. Найти решение уравнения $\sqrt{6-2x} = 6$.

Решение:

$$\text{ОДЗ для уравнения: } \sqrt{6-2x} \geq 0 \Rightarrow 6-2x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3, \quad x \in \left(-\infty; 3 \right].$$

Раскрываем иррациональность уравнения и находим:

$$6 - 2x = 36$$

$$-2x = 36 - 6$$

$$-2x = 30$$

$$x = -15$$

Он принадлежит области допустимых значений, то есть - является решением.

Пример 3. Решить уравнение $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x} = 1$.

Решение:

Находим область допустимых значений:

$$\begin{cases} \sqrt{2x+1} \geq 0 \\ \sqrt{x} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x \geq -1 \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } x \in \left[0; +\infty \right).$$

По описанной схеме возводим обе части в квадрат, чтобы избавиться от иррациональности:

$$2x+1+x-2\sqrt{2x+1}\sqrt{x}=1.$$

Переносим все слагаемые кроме корней в правую часть и упрощаем:

$$-2\sqrt{2x+1}\sqrt{x}=1-2x-1-x$$

$$-2\sqrt{2x+1}\sqrt{x}=-3x$$

Для раскрытия иррациональности снова выполняем возведения в квадрат и упрощение:

$$-2\sqrt{2x+1}\sqrt{x}=-3x$$

$$4(2x+1)x=9x^2$$

$$8x^2+4x=9x^2$$

$$8x^2-9x^2+4x=0$$

$$-x^2+4x=0$$

$$x(4-x)=0$$

$$x=0 \quad 4-x=0$$

$$x=4$$

Оба корня принадлежат области допустимых значений. Эту проверку следует выполнять всегда, иначе получите больше корней чем нужно.

Итак, решением будут значения $x=0$, $x=4$.

Пример 4. Решить уравнение $x-1=\sqrt{2x+6}$.

Решение:

Находим область допустимых значений:

$$\begin{cases} \sqrt{2x+6} \geq 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+6 \geq 0 \\ x > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x \geq -6 \\ x > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x > 1 \end{cases}$$

ОДЗ: $x \in (1; +\infty)$.

По описанной схеме возводим обе части в квадрат, чтобы избавиться от иррациональности:

$$(x-1)^2 = 2x+6$$

$$x^2 - 2x + 1 = 2x + 6$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

Решим полученное квадратное уравнение и получим корни $x = -1$, $x = 5$.

Проверка показывает, что из этих двух чисел корнем данного уравнения является лишь число 5. Число -1 является посторонним корнем.

Ответ. Данное уравнение имеет единственный корень $x = 4$.

Задания для самостоятельного выполнения.

<u>1 вариант.</u>	<u>2 вариант.</u>	<u>3 вариант.</u>
1) $\sqrt{2x+1} = x-1$	1) $\sqrt{3x+1} = x-1$	1) $\sqrt{2x+9} = x-3$
2) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1} = 6$	2) $\sqrt{x+4} + \sqrt{x+4} = 12$	2) $\sqrt{2x-2} - \sqrt{x-1} = 15$
3) $x+2x - \sqrt{x-2} = 0$	3) $\sqrt{7-5x} - 2x = 0$	3) $x - 5 - \sqrt{4x} = 0$
<u>4 вариант.</u>	<u>5 вариант.</u>	<u>6 вариант.</u>
1) $\sqrt{x-2} = 8-x$	1) $\sqrt{7-x} = x-1$	1) $\sqrt{3-x} = 4x-7$
2) $x+3+5\sqrt{3+x} = 6$	2) $2-x+3\sqrt{2-x} = 4$	2) $x-2\sqrt{x+2}+3=0$
3) $\sqrt{-20x} = \sqrt{x+64}$	3) $\sqrt{5+2x} - x = x+1$	3) $\sqrt{2-2x} - x = x-1$

Критерии оценки самостоятельной работы.

Ответ оценивается отметкой «5», если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится в следующих случаях:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущены одна ошибка или есть два – три недочёта в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работ не являлись специальным объектом проверки).

Отметка «3» ставится, если:

- допущено более одной ошибки или более двух – трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Самостоятельная работа № 3.

Тема: «Преобразование рациональных и иррациональных выражений».

Цель: повторить свойства степени с рациональным показателем, свойства корня n -ой степени.

Форма самостоятельной деятельности: домашняя самостоятельная работа.

Основные формулы.

Степень с рациональным показателем

Пусть $a > 0$, $b > 0$, r, s - любые рациональные числа. Тогда степень с любым рациональным показателем обладает следующими свойствами.

$$1. a^r \cdot a^s = a^{r+s}.$$

$$2. a^r : a^s = a^{r-s}.$$

$$3. (a^r)^s = a^{rs}.$$

$$4. a^r \cdot b^r = (ab)^r.$$

$$5. \frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r$$

Корень n -ой степени.

Пусть $a \geq 0$, $n \in N$, $n \neq 0$, тогда существует единственное неотрицательное число x такое,

что выполняется равенство $x^n = a$. Это число называется *арифметическим корнем n -й степени* из неотрицательного числа a и обозначается $\sqrt[n]{a}$. При этом число a называется *подкоренным числом*, а число n - *показателем корня*.

При $k, n \in N$, $n \neq 1$, $k \neq 1$ справедливы следующие свойства корней:

$$1. \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$2. \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$3. \sqrt[n]{k\sqrt[n]{a}} = n\sqrt[n]{a}$$

$$4. \left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$$

$$5. nm\sqrt[n]{a^k} = \sqrt[n]{a^k}$$

Пример 1. Извлечение корня из произведения (вынесение множителя из-под знака корня):

$$а) \sqrt[3]{a^3 b^9} = \sqrt[3]{a^3} \sqrt[3]{b^9} = ab^3.$$

$$б) \sqrt[4]{16x^4 y} = \sqrt[4]{16} \sqrt[4]{x^4} \sqrt[4]{y} = 2x \sqrt[4]{y} = 2xy^{\frac{1}{4}}.$$

Пример 2. Представьте выражение в виде степени:

$$а) \left(\sqrt[3]{a^2}\right)^5 = \sqrt[3]{(a^2)^5} = \sqrt[3]{a^{10}} = a^{\frac{10}{3}} = a^3 \frac{1}{3}.$$

$$б) \sqrt[8]{x^3} \cdot \sqrt[12]{x^7} = \sqrt[8 \cdot 3]{x^{3 \cdot 3}} \cdot \sqrt[12 \cdot 2]{x^{7 \cdot 2}} = \sqrt[24]{x^9} \cdot \sqrt[24]{x^{14}} = \sqrt[24]{x^9 \cdot x^{14}} = \sqrt[24]{x^{23}} = x^{\frac{23}{24}}$$

$$в) \sqrt[5]{y^3} \sqrt[3]{y^2} : \sqrt[5]{y^3} \sqrt[4]{y^4} = \sqrt[5 \cdot 3]{y^3 \cdot y^2} : \sqrt[5 \cdot 4]{(y^3)^2 \cdot y^4} = \sqrt[15]{y^5} : \sqrt[20]{y^6 \cdot y^4} =$$

$$= \sqrt[15]{y^5} : \sqrt[10]{y^{12}} = y^{\frac{5}{15}} : y^{\frac{12}{10}} = y^{\frac{1}{3}} : y^{\frac{6}{5}} = y^{\frac{1}{3} - \frac{6}{5}} = y^{\frac{5-18}{15}} = y^{-\frac{13}{15}}.$$

Обычно при выполнении действий над корнями переходят к дробным показателям.

Пример 3. Упростите выражение $\sqrt[3]{7-\sqrt{48}} \cdot \sqrt[3]{7+\sqrt{48}}$.

Решение:

Запишем все под одним знаком корня третьей степени. Применим формулу разности квадратов двух выражений.

$$\sqrt[3]{7-\sqrt{48}} \cdot \sqrt[3]{7+\sqrt{48}} = \sqrt[3]{(7-\sqrt{48})(7+\sqrt{48})} = \sqrt[3]{7^2 - (\sqrt{48})^2} = \sqrt[3]{49-48} = \sqrt[3]{1} = 1$$

Пример 4. Сократите дробь $\frac{25+5m^{\frac{1}{3}}+m^{\frac{2}{3}}}{25-m} = \frac{5^2+5m^{\frac{1}{3}}+(m^{\frac{1}{3}})^2}{5^3-(m^{\frac{1}{3}})^3}$.

Решение:

$$\frac{25+5m^{\frac{1}{3}}+m^{\frac{2}{3}}}{25-m} = \frac{5^2+5m^{\frac{1}{3}}+(m^{\frac{1}{3}})^2}{5^3-(m^{\frac{1}{3}})^3} = \frac{5^2+5m^{\frac{1}{3}}+(m^{\frac{1}{3}})^2}{(5-m^{\frac{1}{3}})(5^2+5m^{\frac{1}{3}}+(m^{\frac{1}{3}})^2)} = \frac{1}{5-m^{\frac{1}{3}}}$$

Пример 5. Найдите значение выражения $16^{0,5} - \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

Решение:

$$16^{0,5} - \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} = 16^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}} + (-2)^1 = \sqrt{16} - \left(16^{\frac{3}{4}}\right) - 2 =$$

$$4 - \sqrt[4]{16^3} - 2 = 2 - \left(\sqrt[4]{16^3}\right) = 2 - (2)^3 = 2 - 8 = -6$$

Задания для самостоятельного выполнения.

1 вариант.

1. Представьте выражение $\sqrt[5]{b^6\sqrt{b^4}} : \sqrt[3]{b^2\sqrt{b^3}}$ в виде степени.

2. Найдите значение выражения: $\left(\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 49^{\frac{1}{2}} - 16^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{1}{3}}\right)^{-1}$.

3. Выполните действия: $\frac{x^{\frac{5}{4}} - x^{\frac{1}{4}}}{x^2 - x^4} : \frac{x^{\frac{1}{2}} - 1}{x^2 - x^4}$.

2 вариант.

1. Выполните действия: $(\sqrt[3]{25x^2} - \sqrt[3]{16y^2}) : (\sqrt[3]{5x} - \sqrt[3]{4y})$.

2. Вычислите: $(0,001)^{-\frac{1}{3}} + 27^{-2\frac{1}{3}} + (6^0)^5 \cdot 2 - 3^{-4} \cdot 81^{\frac{3}{2}} \cdot 27$.

3. Найдите значение выражения: $\sqrt{16-\sqrt{31}} \cdot \sqrt{\sqrt{31}+16}$.

3 вариант.

1. Вычислите: $64^{-\frac{5}{6}} - (0,125)^{-\frac{1}{3}} - 32 \cdot 2^{-4} \cdot 16^{-1\frac{1}{2}} + (3^0)^4 \cdot 4$.

2. Упростите выражение $\sqrt[4]{256a^4b^8c^{12}}$, если $a < 0$, $c \leq 0$.
3. Упростите выражение: $\frac{a^{\frac{1}{2}} - 1}{\frac{1}{a^4} - 1} - \sqrt[4]{a}$.

4 вариант.

1. Упростите выражение: $(p^{-1} \cdot q^{\frac{5}{4}} \cdot (p^{3,5} \cdot q^{-\frac{1}{8}})^2)^{-1}$.
2. Упростите выражение: $\frac{\sqrt[6]{y^2} - 4}{\sqrt[6]{y} + 2} + 2$.
3. Вычислите: $\sqrt[3]{20 - \sqrt{12}} \cdot \sqrt[3]{20 + \sqrt{12}}$.

5 вариант.

1. Представьте выражение $\sqrt[6]{5\sqrt{ac}} \cdot \sqrt[3]{a^2c}$ в виде степени.
2. Упростите выражение: $\frac{a^{\frac{1}{2}} - 1}{\frac{1}{a^4} - 1} - \sqrt[4]{a}$.
3. Вычислите: $\frac{\left(\frac{1}{9}\right)^{-3} \cdot 81^2 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^{-4}}{225}$.

6 вариант.

1. Упростите выражение: $\frac{1+a}{1 - \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{a^2}}$.
2. Вычислите: $81^{0,75} \cdot 32^{-0,4} - 8^{\frac{2}{3}} \cdot 27^{\frac{1}{3}} + 256^{0,5}$.
3. Представьте выражение $\sqrt[6]{5\sqrt{a^2c^3}} \cdot \sqrt[3]{a^5c^5}$ в виде степени.

Самостоятельная работа № 4.

Тема: «Решение показательных уравнений».

Цель: закрепить навык решения показательных уравнений.

Форма самостоятельной деятельности: домашняя самостоятельная работа.

Пример 1. Найдите корень уравнения $4^{1-2x} = 64$.

Решение:

Необходимо сделать так, чтобы в левой и правой частях были показательные выражения с одним основанием. 64 мы можем представить как 4 в степени 3.

Получим: $4^{1-2x} = 4^3$

Основания равны, можем приравнять показатели:

$1 - 2x = 3$

$- 2x = 2$

$$x = -1$$

Проверка:

$$4^{1-2(-1)} = 64$$

$$4^{1+2} = 64$$

$$4^3 = 64$$

$$64 = 64$$

Ответ: -1

Пример 2. Найдите корень уравнения $3^{x-18} = 1/9$.

Решение:

$$3^{x-18} = \frac{1}{3^2}$$

Известно, что $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$. Значит $3^{x-18} = 3^{-2}$.

Основания равны, можем приравнять показатели:

$$x - 18 = -2$$

$$x = 16$$

Проверка:

$$3^{16-18} = 1/9$$

$$3^{-2} = 1/9$$

$$1/9 = 1/9$$

Ответ: 16

Пример 3. Решите уравнение $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x - 88 = 0$.

Решение: преобразуем уравнение $(2^x)^2 \cdot 2 - 5 \cdot 2^x - 88 = 0$ и используем подстановку $t = 2^x$.

Уравнение тогда принимает вид: $2 \cdot t^2 - 5 \cdot t - 88 = 0$.

Решим полученное квадратное уравнение и получим корни $t_1 = 8$, $t_2 = -5,5$.

Переходя к обратной подстановке, получаем $2^x = 8$ и $2^x = -5,5$

Второе уравнение корней не имеет, поскольку показательная функция строго положительна на всей области определения. Решаем второе:

$$2^x = 8 \Rightarrow 2^x = 2^3 \Rightarrow x = 3$$

Ответ: $x = 3$.

Пример 4. Решите уравнение $3^x - 3^{x-2} = 24$.

Решение: $3^x - 3^{x-2} = 24$

$$3^x - \frac{3^x}{3^2} = 24$$

$$3^x \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) = 24$$

$$3^x \left(1 - \frac{1}{9} \right) = 24$$

$$3^x \cdot \frac{8}{9} = 24$$

$$3^x = 24 \cdot \frac{8}{9}$$

$$3^x = 24 \cdot \frac{9}{8}$$

$$3^x = 27$$

$$3^x = x^3$$

$$x = 3$$

Ответ: $x = 3$.

Пример 5. Решите уравнение $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \left(\frac{1}{5}\right)^x$.

Решение: обе части исходного уравнения можно поделить на $\left(\frac{1}{5}\right)^x$. Данный переход будет являться равносильным, поскольку это выражение больше нуля при любом значении x (показательная функция строго положительна на своей области определения). Тогда уравнение принимает вид:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x : \left(\frac{1}{5}\right)^x = 1$$

$$\left(\frac{1}{4} : \frac{1}{5}\right)^x = 1$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^x = 1$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^x = \left(\frac{5}{4}\right)^0$$

$$x = 0$$

Ответ: $x = 0$.

Задания для самостоятельного выполнения.

<u>1 вариант.</u> $5^{x+2} = 125$ $3^x \cdot 2^x = 36$ $5^{x+2} = 125$	<u>2 вариант.</u> $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$ $3^{5x+2} = 81$ $8^x \cdot 5^x = 1600$	<u>3 вариант.</u> $6^x = 6^{4x-15}$ $\left(\frac{1}{6}\right)^x = \left(\frac{3}{5}\right)^x$ $7^{x+2} + 4 \cdot 7^x = 53$
<u>4 вариант.</u> $5^{3x} = 625$ $3^{x+1} + 4 \cdot 3^x = 63$ $9^x - 5 \cdot 3^x + 4 = 0$	<u>5 вариант.</u> $4^{x-2} = 16$ $2^{2x} + 2^x - 2 = 0$ $3^x + 3 \cdot 3^x = 108$	<u>6 вариант.</u> $8^{x+7} = 64$ $25^x + 4 \cdot 5^x - 5 = 0$ $7^x + 7^{x+2} = 350$

Самостоятельная работа № 5.

Тема: «История логарифма числа».

Цель: познакомиться с историей открытия логарифма числа.

Форма самостоятельной деятельности: подготовить реферат по заданной теме.

Порядок работы над рефератом

1. Формулировка темы, которая должна кратко выразить его суть.
2. Изучение литературы по теме.
3. Составление сложного развернутого плана, в котором найдут отражение исследуемые проблемы и последовательность их рассмотрения.
4. Написание чернового варианта реферата, который представляется на консультацию преподавателю.
5. Оформление чистового варианта реферата, подготовка к защите.
6. Защита реферата. Рекомендации к защите:
 - обоснование актуальности темы и личного интереса к ней;
 - цели и задачи исследования;
 - характеристика источников литературы;
 - результаты проведенных исследований;
 - выводы.

Структура реферата

1. Титульный лист (см. Приложение 1)
2. Оглавление (план, содержание), в котором указаны названия всех разделов (пунктов плана) реферата и номера страниц, указывающие начало этих разделов в тексте реферата (см. Приложение 2).
3. Введение. Объем введения составляет 1,5-2 страницы.
4. Основная часть. Основная часть может иметь одну или несколько глав, состоящих из 2-3 параграфов (подпунктов, разделов) и предполагает осмысленное и логичное изложение главных положений и идей, содержащихся в изученной литературе. В тексте обязательны ссылки на первоисточники. В том случае, если цитируется или используется чья-либо неординарная мысль, идея, вывод, приводится какой-либо цифровой материал, таблица - обязательно сделайте ссылку на того автора у кого вы взяли данный материал.
5. Заключение. Содержит главные выводы, и итоги из текста основной части, в нем отмечается, как выполнены задачи и достигнуты ли цели, сформулированные во введении.
6. Приложение. Может включать графики, таблицы, расчеты.
7. Библиография (список литературы). Здесь указывается реально использованная для написания реферата литература. Если при написании реферата были использованы источники из Интренета, то следует указать ссылку на сайт с источником информации и дату просмотра этого сайта. Список составляется согласно правилам библиографического описания (см. Приложение 3).

Этапы работы над рефератом

1. Подбор необходимого материала, определяющего содержание реферата.
2. Составление плана реферата, распределение собранного материала в необходимой логической последовательности.
3. Общее знакомство с литературой и выделение среди источников главного.
4. Уточнение плана, отбор материала к каждому пункту плана.
5. Оформление реферата.
6. Сдача реферата в установленные сроки.
7. Защита реферата.

Для написания реферата используется научный стиль речи. В научном стиле легко ощутимый интеллектуальный фон речи создают следующие конструкции:

Предметом дальнейшего рассмотрения является...

Остановимся прежде на анализе последней.

Эта деятельность может быть определена как...
 С другой стороны, следует подчеркнуть, что...
 Это утверждение одновременно предполагает и то, что...
 При этом ... должно (может) рассматриваться как ...
 Рассматриваемая форма...
 Ясно, что...
 Из вышеприведенного анализа... со всей очевидностью следует...
 Довод не снимает его вопроса, а только переводит его решение...
 Логика рассуждения приводит к следующему...
 Как хорошо известно...
 Следует отметить...
 Таким образом, можно с достаточной определенностью сказать, что ...
 Опускаются малоинформативные части сложного предложения, в сложном предложении упрощаются союзы. Например:

Неупотребимая форма	Употребимая форма
<p>Не следует писать Мы видим, таким образом, что в целом ряде случаев... Имеющиеся данные показывают, что... Для того чтобы Сближаются между собой Из таблицы 1 ясно, что... Представляет собой</p>	<p>Следует писать Таким образом, в ряде случаев... По имеющимся данным Чтобы Сближаются Согласно таблице 1. Представляет</p>

План реферата

Введение - начальная часть текста. Во введении выявляется практическое и теоретическое значение данного исследования. Далее констатируется, что сделано в данной области предшественниками; перечисляются положения, которые должны быть обоснованы. Введение может также содержать обзор источников или экспериментальных данных, уточнение исходных понятий и терминов, сведения о методах исследования. Во введении обязательно формулируются цель и задачи реферата. Объем введения - в среднем около 10% от общего объема реферата.

Основная часть реферата раскрывает содержание темы. Она наиболее значительна по объему, наиболее значима и ответственна. В ней обосновываются основные тезисы реферата, приводятся развернутые аргументы, предполагаются гипотезы, касающиеся существа обсуждаемого вопроса. Важно проследить, чтобы основная часть не имела форму монолога. Аргументируя собственную позицию, можно анализировать и оценивать позиции различных исследователей, с чем-то соглашаться, чему-то возражать, кого-то опровергать. Изложение материала основной части подчиняется собственному плану, что отражается в разделении текста на главы, параграфы, пункты.

Заключение — последняя часть текста. В ней краткой и сжатой форме излагаются полученные результаты, представляющие собой ответ на главный вопрос исследования. Здесь же могут намечаться и дальнейшие перспективы развития темы. Небольшое по объему сообщение также не может обойтись без заключительной части - пусть это будут две-три фразы. Но в них должен подводиться итог проделанной работы.

Список литературы и других источников информации

Названия книг в списке располагают по алфавиту с указанием выходных данных использованных книг. Список использованной литературы и других источников составляется в следующей последовательности:

1. Законы, постановления правительства.
2. Нормативные акты, инструктивные материалы, официальные справочники.

3. Специальная литература.

4. Периодические издания.

При составлении списка использованной литературы указываются все реквизиты книги: фамилия и инициалы автора, название книги, место издания, название издательства и количество страниц. Для статей, опубликованных в периодической печати, следует указывать наименование издания, номер, год, а также занимаемые страницы (от и до). Литературные источники должны быть расположены в алфавитном порядке по фамилиям авторов, в случае, если количество авторов более трех - по названию книги, остальные материалы в хронологическом порядке. Сначала должны быть указаны источники на русском языке, затем на иностранном. Если источником информации является сайт в Интернете, то нужно указать полную ссылку на этот сайт.

Оформление реферата

1. Титульный лист.

2. Оглавление.

3. Введение (дается постановка вопроса, объясняется выбор темы, её значимость и актуальность, указываются цель и задачи реферата, даётся характеристика используемой литературы).

4. Основная часть (состоит из глав и подглав, которые раскрывают отдельную проблему или одну из её сторон и логически являются продолжением друг друга).

5. Заключение (подводятся итоги и даются обобщённые основные выводы по теме реферата, делаются рекомендации).

6. Список литературы.

В списке литературы должно быть не менее 8–10 различных источников. Допускается включение таблиц, графиков, схем, как в основном тексте, так и в качестве приложений.

Работа представляется в отдельной папке.

Реферат, доклад выполняется на стандартных страницах белой бумаги формата А-4 (левое - 30 мм, правое - 15 мм, верхнее и нижнее – 20мм). Текст печатается обычным шрифтом Times New Roman (размер шрифта – 14 кегель).

Заголовки – полужирным шрифтом Times New Roman (размер шрифта – 16 кегель).

Интервал между строками – полуторный.

Текст оформляется на одной стороне листа. Формулы, схемы, графики вписываются черной пастой (тушью), либо выполняются на компьютере. Заголовки глав и разделов следует записывать с абзаца с прописными буквами без точки в конце, не подчеркивая. Заголовки подразделов записываются с прописной буквы. Если заголовок состоит из двух предложений, их разделяют точкой.

Критерии оценки реферата

1. Соответствие теме;

2. Глубина проработки материала;

3. Правильность и полнота использования источников;

4. Владение терминологией и культурой речи;

5. Оформление реферата.

6. Оценка выставляется после защиты реферата.

Приложение 1
Оформление титульного листа

ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ ВОЛОГОДСКОЙ ОБЛАСТИ
БПОУ ВО «ВОЛОГОДСКИЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ»

РЕФЕРАТ

Тема: _____

Дисциплина _____

Специальность (профессия) _____

Выполнил (а): Ф.И.О. студента(ки)

Группа: _____

Руководитель: _____

Оценка: _____

год

Приложение 2

Оформление содержания

Введение	№ стр
Глава 1. Название главы.	№ стр
1. Название подпункта сложного плана	№ стр
2.	№ стр
3.	№ стр
Глава 2. Название главы.....	№ стр
1.	№ стр
2.	№ стр
Заключение.....	№ стр
Использованная литература.....	№ стр
Приложения (таблицы, схемы, карты, иллюстрации, диаграммы, графики).....	№ стр

Самостоятельная работа № 6.

Тема: «Решение логарифмических уравнений».

Цель: закрепить навык решения логарифмических уравнений.

Форма самостоятельной деятельности: домашняя самостоятельная работа.

Пример 1. Решить уравнение: $\log_4(x+3) = 3$

Решение:

Для того, чтобы решить уравнение достаточно вспомнить определение логарифма: из равенства $\log_b a = c$ следует $b^c = a$.

Применим его: $4^3 = x + 3$

$$64 = x + 3$$

$$x = 64 - 3$$

$$x = 61$$

Замечание: единственное ограничение, которое накладывается на значение переменной: аргумент логарифма должен быть больше нуля, т.е. $x + 3 > 0 \Rightarrow x > -3$.

Полученное значение $x = 61$ подходит.

Ответ: $x = 61$

Пример 2. Решить уравнение $\log_2(5 - 6x) = \log_2 5 + \log_2 6$.

Решение: используя свойство логарифма, преобразуем правую часть уравнения:

$$\log_a b + \log_a c = \log_a b \cdot c.$$

Получим:

$$\log_2(5 - 6x) = \log_2 5 + \log_2 6$$

$$\log_2(5 - 6x) = \log_2 5 \cdot 6$$

$$\log_2(5 - 6x) = \log_2 30$$

$$\begin{cases} 5 - 6x > 0 \\ 5 - 6x = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6x > -5 \\ -6x = 30 - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -\frac{5}{6} \\ -6x = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -\frac{5}{6} \\ x = -\frac{25}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -\frac{5}{6} \\ x = -4\frac{1}{6} \end{cases}$$

Корень $x = -4\frac{1}{6}$ удовлетворяет неравенству, следовательно, является ответом.

Ответ: $x = -4\frac{1}{6}$

Пример 3. Решить уравнение $\log_5(2x + 3) = \log_5(x + 1)$.

Решение: Это уравнение определено для тех значений x , при которых выполнены неравенства:

$$\begin{cases} 2x + 3 > 0 \\ x + 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x > -3 \\ x > -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -1,5 \\ x > -1 \end{cases}$$

Для этих x данное уравнение равносильно уравнению $2x + 3 = x + 1$

$$2x - x = 1 - 3$$

$$x = -2$$

Число $x = -2$ не удовлетворяет неравенствам, следовательно, данное уравнение решений не имеет.

Ответ: решений нет.

Пример 4. Решить уравнение $\log_4(2x - 1) = 2 + \log_4(x - 2)$.

Решение:

Преобразуем правую часть уравнения, заменив число 2: $2 = \log_4 4^2 = \log_4 16$

и применив свойство логарифма: $\log_4(2x-1) = \log_4 16 + \log_4(x-2)$

$$\log_4(2x-1) = \log_4 16 \cdot (x-2)$$

$$\log_4(2x-1) = \log_4(16x-32)$$

Это уравнение определено для тех значений x , при которых выполнены неравенства:

$$\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 16x-32 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x > 1 \\ 16x > 32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0,5 \\ x > 2 \end{cases}$$

Для этих x данное уравнение равносильно уравнению

$$2x-1 = 16x-32$$

$$2x-16x = 1-32$$

$$-14x = -31$$

$$x = \frac{31}{14}$$

$$x = 2\frac{3}{14}$$

Число $x = 2\frac{3}{14}$ удовлетворяет обоим неравенствам, следовательно, является решением данного уравнения.

Ответ: $x = 2\frac{3}{14}$

Пример 5. Решить уравнение $17^{\log_{17}(3x+5)} = 14$.

Решение: Преобразуем правую часть уравнения, используя основное логарифмическое тождество $a^{\log_a b} = b$.

Получим:

$$17^{\log_{17}(3x+5)} = 14$$

$$3x+5 = 14$$

$$3x = 14-5$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

Помним, что аргумент логарифма должен быть больше нуля,

т.е. $3x+5 > 0 \Rightarrow 3x > -5 \Rightarrow x > -\frac{5}{3} \Rightarrow x > -1\frac{2}{3}$.

Полученное значение $x = 3$ подходит.

Ответ: $x = 3$.

Задания для самостоятельного выполнения.

<u>1 вариант.</u> $\log_3(x-2) = 2$ $\log_4(2x-4) = \log_4(x+7)$ $0,1^{\log_{0,1}(3x-1)} = 2$	<u>2 вариант.</u> $\log_4(2x+5) = 3$ $\log_4(x-3) - 1 = \log_4(x-6)$ $3^{\log_3(5x+1)} = 6$
<u>3 вариант.</u> $\lg(x^2 - x) = \lg(10 + 2x)$ $\log_4(x-1) = 3$ $\log_8(2x+62) = 2 + \log_8 x$	<u>4 вариант.</u> $\log_2(5-6x) = \log_2 5 + \log_2 6$ $\log_5(x+60) = 1$ $17^{\log_{17}(5x-2)} = 8$

<p><u>5 вариант.</u></p> $\log_{13}(x-4) = 1$ $\log_5(x+4) = \log_5(3x+4)$ $6^{\log_6(x-7)} = 12$	<p><u>6 вариант.</u></p> $\log 4(5x-1) = 3$ $\log_3(2x-3) = \log_3(x+5)$ $\log 2(3x+5) = 8$
---	---

Самостоятельная работа № 7.

Тема: «История создания и развития топологии».

Цель: познакомиться с историей создания и развития топологии.

Форма самостоятельной деятельности: подготовить реферат по заданной теме.

Самостоятельная работа № 8.

Тема: «Геометрия Лобачевского».

Цель: познакомиться с геометрией Лобачевского, сравнить её с обычной евклидовой геометрией.

Форма самостоятельной деятельности: подготовить реферат по заданной теме.

Самостоятельная работа № 9.

Тема: «Симметрия в архитектуре города Вологда».

Цель: познакомиться с архитектурой города Вологда; определить виды симметрии, применяемые при строительстве зданий.

Форма самостоятельной деятельности: подготовить презентацию по заданной теме.

Самостоятельная работа № 10.

Тема: «История тригонометрии и её роль в изучении естественно – математических наук».

Цель: познакомиться историей открытия и развития тригонометрии и оценить её роль в изучении естественно – математических наук

Форма самостоятельной деятельности: подготовить реферат по заданной теме.

Самостоятельная работа № 11.

Тема: «Преобразование тригонометрических выражений».

Цель: повторить основные формулы тригонометрии, формулы суммы и разности тригонометрических функций, формулы приведения, формулы двойного угла.

Форма самостоятельной деятельности: домашняя самостоятельная работа.

Основные формулы:

<p><i>Основные формулы тригонометрии:</i></p> <ol style="list-style-type: none"> $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha, \quad \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$ $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$ 	<p><i>Формулы сложения.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$ $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$
--	--

5. $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha + 1$ 6. $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1$	6. $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$
<u>Формулы двойного аргумента</u> 1. $\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ 2. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ 3. $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$ 4. $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2$ 5. $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$	<u>Формулы преобразования суммы(разности) в произведение</u> 1. $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ 2. $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ 3. $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ 4. $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$ 5. $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$ 6. $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$

Пример 1. Упростить выражение $1 - \frac{1}{\sin^2 x}$.

Решение:

$$1 - \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{\sin^2 x - 1}{\sin^2 x} = \frac{\sin^2 x - (\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin^2 x} = \frac{\sin^2 x - \sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{-\cos^2 x}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg}^2 x$$

Пример 2. Упростить выражение $\frac{\cos x}{1 - \sin x} + \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

Решение:

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} + \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{\cos x(1 + \sin x) + \cos x(1 - \sin x)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} = \frac{\cos x + \cos x \sin x + \cos x - \cos x \sin x}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} = \frac{2 \cos x}{1 - \sin^2 x}$$

Пример 3. Вычислить: $\sin 105^\circ$.

Решение.

$$\sin 105^\circ = \sin(60^\circ + 45^\circ) = \sin 60^\circ \cos 45^\circ + \cos 60^\circ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} (\sqrt{3} + 1) \approx 0,966$$

Ответ: $\sin 105^\circ \approx 0,966$.

Пример 4. Вычислить $\sin 20^\circ \cos 40^\circ + \cos 20^\circ \sin 40^\circ$.

Решение:

$$\sin 20^\circ \cos 40^\circ + \cos 20^\circ \sin 40^\circ = \sin(20^\circ + 40^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Пример 5. Вычислить $\sin 75^\circ + \sin 15^\circ$.

Решение:

$$\sin 75^\circ + \sin 15^\circ = 2 \sin \frac{75^\circ + 15^\circ}{2} \cos \frac{75^\circ - 15^\circ}{2} = 2 \sin 45^\circ \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Пример 6. Вычислить $\frac{8 \sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ \cdot \cos 20^\circ}{\cos 50^\circ}$.

Решение:
$$\frac{8 \sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ \cdot \cos 20^\circ}{\cos 50^\circ} = \frac{4 \sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ}{\cos 50^\circ} = \frac{2 \sin 40^\circ}{\cos 50^\circ} = \frac{2 \sin 40^\circ}{\cos(90^\circ - 40^\circ)} =$$

$$= \frac{2 \sin 40^\circ}{\sin 40^\circ} = 2.$$

Задания для самостоятельного выполнения.

1 вариант

1. Вычислите:

а) $\frac{\cos 120^\circ \cdot \cos 50^\circ + \sin 120^\circ \cdot \sin 50^\circ}{\cos 25^\circ \cdot \cos 45^\circ - \sin 25^\circ \cdot \sin 45^\circ}$; б) $\cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12}$.

2. Упростите выражение $\frac{\sin 4\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 4\alpha + \cos 2\alpha}$.

3. Упростите выражение $\frac{\sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 x}$.

4. Вычислите $\sin 15^\circ$.

2 вариант

1. Вычислите:

а) $\frac{\sin 5^\circ \cdot \cos 25^\circ + \cos 5^\circ \cdot \sin 25^\circ}{\cos 80^\circ \cdot \cos 50^\circ + \sin 80^\circ \cdot \sin 50^\circ}$; б) $2 \cos \frac{\pi}{8} \cdot \sin \frac{\pi}{8}$

2. Упростите выражение $\frac{\cos 3\alpha - \cos \alpha}{\sin 3\alpha + \sin \alpha}$.

3. Упростите выражение $\frac{1 - (\sin \alpha - \cos \alpha)^2}{1 - \cos^2 \alpha}$.

4. Вычислите $\cos 15^\circ$.

3 вариант

1. Вычислите:

а) $\frac{\cos 18^\circ \cdot \cos 12^\circ - \sin 18^\circ \cdot \sin 12^\circ}{\sin 23^\circ \cdot \cos 7^\circ + \cos 23^\circ \cdot \sin 7^\circ}$; б) $\frac{2 \operatorname{tg} 15^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 15^\circ}$.

2. Упростите выражение $\frac{\sin 3\alpha - \sin \alpha}{\cos 3\alpha - \cos \alpha}$.

3. Упростите выражение $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \sin^2 \alpha$.

4. Вычислите $\operatorname{tg} 15^\circ$.

4 вариант

1. Вычислите:

а) $\frac{\sin 35^\circ \cdot \cos 5^\circ - \cos 35^\circ \cdot \sin 5^\circ}{\cos 20^\circ \cdot \cos 10^\circ - \sin 20^\circ \cdot \sin 10^\circ}$; б) $\frac{\operatorname{tg} 73^\circ - \operatorname{tg} 13^\circ}{1 + \operatorname{tg} 73^\circ \cdot \operatorname{tg} 13^\circ}$.

2. Упростите выражение $\frac{\cos 4\alpha + \cos 6\alpha}{\sin 4\alpha + \sin 6\alpha}$.
3. Упростите выражение $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1$.
4. Вычислите $\operatorname{ctg} 15^\circ$.

5 вариант

1. Вычислите:

а) $\frac{\sin 35^\circ \cdot \cos 9^\circ - \cos 35^\circ \cdot \sin 9^\circ}{\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ}$ б) $\frac{\operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{tg} 15^\circ}{1 + \operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 15^\circ}$.

2. Упростите выражение $\frac{8 \sin 9^\circ \cdot \cos 9^\circ \cdot \cos 18^\circ}{\cos 54^\circ}$.

3. Упростите выражение $\frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} + \cos^2 \alpha$

4. Вычислите $\cos 105^\circ$.

6 вариант

1. Вычислите:

а) $\frac{\sin 18^\circ \cdot \cos 36^\circ - \cos 18^\circ \cdot \sin 36^\circ}{2 \sin 9^\circ \cdot \cos 9^\circ}$ б) $\frac{\operatorname{tg} 23^\circ + \operatorname{tg} 22^\circ}{1 + \operatorname{tg} 23^\circ \cdot \operatorname{tg} 22^\circ}$.

2. Упростите выражение $\frac{16 \sin 12^\circ \cdot \cos 12^\circ \cdot \cos 24^\circ}{\cos 42^\circ}$.

3. Упростите выражение $\sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - 2 \cos \alpha$.

4. Вычислите $\operatorname{tg} 105^\circ$.

Самостоятельная работа № 12.

Тема: «Пьер Ферма и Рене Декарт».

Цель: познакомиться с биографией и основными открытиями учёных.

Форма самостоятельной деятельности: подготовить реферат по заданной теме.

Самостоятельная работа № 13.

Выбрать тему индивидуального проекта, описать актуальность выбранной темы, поставить цели и задачи проекта, выдвинуть гипотезу проекта, подобрать методы исследования.

Литература

1. «Алгебра и начала анализа, 10—11»: учебник для 10 – 11 классов общеобразовательных учреждений под редакцией А. Н. Колмогорова. М.: Просвещение, 2016 г.
2. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. «Математика», М: Дрофа, 2014 г.,
3. Башмаков М.И. «Математика», учебник для 10 кл. (базовый уровень). М: Издательский центр «Академия», 2014 г.
4. Башмаков М.И. «Математика», учебник для 11 кл. (базовый уровень). М: Издательский центр «Академия», 2014 г.

