

Департамент образования Вологодской области  
бюджетное профессиональное образовательное учреждение Вологодской области  
«ВОЛОГОДСКИЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ**  
по организации внеаудиторной самостоятельной работы по учебной дисциплине  
**ЕН.01 Математика**  
специальности

21.02.05. Земельно-имущественные отношения

2017 г.

Рассмотрено на заседании предметной цикловой комиссии общепрофессиональных, специальных дисциплин и дипломного проектирования по специальностям 08.02.05 Строительство и эксплуатации автомобильных дорог и аэродромов, 21.02.04 Землеустройство, 21.02.05 Земельно-имущественные отношения, 35.02.03 Технология деревообработки и рекомендовано для внутреннего использования.

Данные методические рекомендации и задания для внеаудиторной самостоятельной работы представляют собой учебно-методическое пособие по организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов.

Содержит задания для внеаудиторной самостоятельной работы для шести вариантов и критерии оценки выполнения самостоятельной работы. Методические рекомендации призваны помочь студентам систематизировать и закрепить полученные на аудиторных занятиях по математике теоретический материал, сформировать практические навыки. Работа над рефератом и конспектом позволяет раскрыть творческие способности студента, соприкоснуться с научным осмыслением той или иной проблемы.

Объем внеаудиторной самостоятельной работы по дисциплине ЕН. 01 Математика составляет 32 часа.

Перечень самостоятельных работ соответствует содержанию программы учебной дисциплины.

Методические рекомендации могут быть рекомендованы к использованию студентами и преподавателями БПОУ ВО «Вологодский строительный колледж».

**Автор:** Е. А. Севалёва – преподаватель БПОУ ВО «Вологодский строительный колледж»

**Рецензент:** А. Л. Савельева – заместитель директора по учебно – методической работе, преподаватель математики высшей категории БПОУ ВО «Вологодский индустриально – транспортный техникум».

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ ВНЕАУДИТОРНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	4
КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ СТУДЕНТОМ ВНЕАУДИТОРНЫХ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ .....	6
ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМ ВНЕАУДИТОРНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ .....	6
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	8
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ВНЕАУДИТОРНЫХ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ .....	9

## **ВВЕДЕНИЕ**

Данная работа представляет собой учебно-методическое пособие по организации самостоятельной внеаудиторной работы студентов по дисциплине ЕН. 01 Математика для специальности 21.02.05 Земельно – имущественные отношения.

Цель методических указаний состоит в обеспечении эффективности самостоятельной работы, определении ее содержания, установления требований к оформлению и результатам самостоятельной работы.

Целями самостоятельной работы студентов по дисциплине ЕН 01 Математика являются:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических навыков;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать справочную и дополнительную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов, творческой инициативы, самостоятельности и самоорганизации;
- активизации учебно-познавательной деятельности будущих специалистов.

Самостоятельные работы выполняются индивидуально в свободное от занятий время.

## **ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ ВНЕАУДИТОРНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

- ✓ Внимательно выслушайте или прочитайте тему и цели внеаудиторной самостоятельной работы.
- ✓ Обсудите текст задания с преподавателем и группой, задавайте вопросы – нельзя оставлять невыясненными или непонятыми ни одного слова или вопроса.
- ✓ Внимательно прослушайте рекомендации преподавателя по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы.
- ✓ Уточните время, отводимое на выполнение задания, сроки сдачи и форму отчета у преподавателя.
- ✓ Внимательно изучите письменные методические рекомендации по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы.
- ✓ Ознакомьтесь со списком литературы и источников по заданной теме внеаудиторной самостоятельной работы.
- ✓ Повторите необходимый для выполнения самостоятельной работы теоретический материал по конспектам лекций и другим источникам, ответьте на вопросы самоконтроля по изученному материалу.
- ✓ Продумайте ход выполнения работы, составьте план, если это необходимо.
- ✓ Если вы делаете сообщение, то обязательно прочтите текст медленно вслух, обращая особое внимание на произношение новых терминов и стараясь запомнить информацию.

- ✓ Если ваша работа связана с использованием компьютера и интернета, проверьте наличие и работоспособность программного обеспечения, необходимого для выполнения задания.
- ✓ При выполнении самостоятельного практического задания соблюдайте правила техники безопасности и охраны труда.
- ✓ Если при выполнении самостоятельной работы применяется групповое или коллективное выполнение задания, старайтесь поддерживать в коллективе нормальный психологический климат, грамотно распределить обязанности. Вместе проводите анализ и самоконтроль организации самостоятельной работы группы.
- ✓ В процессе выполнения самостоятельной работы обращайтесь за консультациями к преподавателю, чтобы вовремя скорректировать свою деятельность, проверить правильность выполнения задания.
- ✓ По окончании выполнения самостоятельной работы составьте письменный или устный отчет в соответствии с теми методическими указаниями по оформлению отчета, которые вы получили от преподавателя или в методических указаниях.
- ✓ Сдайте готовую работу преподавателю для проверки точно в срок.
- ✓ Участвуйте в обсуждении и оценке полученных результатов самостоятельной работы.

## КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ СТУДЕНТОМ ВНЕАУДИТОРНЫХ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ

- уровень освоения студентом учебного материала (в том числе теоретического);
- умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- сформированность общеучебных умений;
- обоснованность и четкость изложения ответа;
- оформление материала в соответствии с требованиями.

Оценка «5» ставится: самостоятельная работа выполнена в полном объеме, в соответствии с заданием, с соблюдением последовательности выполнения, выполнена без ошибок; оформлена аккуратно.

Оценка «4» ставится: самостоятельная работа выполнена в полном объеме, в соответствии с заданием, с соблюдением последовательности выполнения, частично с помощью преподавателя, присутствуют незначительные ошибки; работа оформлена аккуратно.

Оценка «3» ставится: самостоятельная работа выполнена в полном объеме, в соответствии с заданием, частично с помощью преподавателя, присутствуют ошибки; по оформлению работы имеются замечания.

Оценка «2» ставится: обучающийся не подготовился к самостоятельной работе, допустил грубые ошибки, по оформлению работы имеются множественные замечания

### ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМ ВНЕАУДИТОРНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

№ п/п	Тема программы	Форма задания	Форма контроля	Количество часов
1.	Решение пределов функции с помощью правила Лопиталья.	ИДЗ	Оценка выполнения ИДЗ	4
2.	Исследование функций с помощью производной и построение графиков.	конспект	Оценка выполнения конспекта	4
3.	Применение дифференциала к приближенным вычислениям.	ИДЗ	Оценка выполнения ИДЗ	4
4.	Применение определённого интеграла для решения физических задач.	ИДЗ	Оценка выполнения ИДЗ	4
5.	Формула Бернулли.	конспект	Оценка	

			выполнения конспекта	4
6.	Математическая статистика как раздел математики	реферат	Оценка выполнения реферата	4
7.	Вычисление кратчайшего расстояния с помощью графов.	реферат	Оценка выполнения реферата	4
8.	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.	ИДЗ	Оценка выполнения ИДЗ	4
			<b>Итого</b>	<b>32</b>

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

### Основные источники:

1. Богомолов Н. В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для техникумов.- М.: Высшая школа, 2014.-495с.

### Дополнительные источники:

1. Григорьев С. Г. Математика: учебник для студ. сред. проф. учреждений-2-е изд., стер. - М.: Издательский центр «Академия», 2017.-384 с.
2. Данко П. Е., Попов А.Г. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч.-М.: ООО «Издательство Оникс»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2013.-368с
3. Орлова И.В. Экономико-математическое моделирование: Практическое пособие по решению задач.- М.: Вузовский учебник, 2015.-144 с.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ВНЕАУДИТОРНЫХ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ

Студент обязан:

- перед выполнением самостоятельной работы, повторить теоретический материал, пройденный на аудиторных занятиях;
- выполнить работу согласно заданию;
- по каждой самостоятельной работе представить преподавателю отчет в виде письменной работы.

**Реферат** — письменная работа объемом 10-15 печатных страниц, выполняемая студентом в течение продолжительного срока (от одной недели до месяца). Это краткое точное изложение сущности какого-либо вопроса, темы на основе одной или нескольких книг, монографий или других первоисточников. Реферат должен содержать основные фактические сведения и выводы по рассматриваемому вопросу.

Реферат — не механический пересказ работы, а изложение ее сущности. От работающего над рефератом требуется аргументированное изложение собственных мыслей по рассматриваемому вопросу. В реферате нужны развернутые аргументы, рассуждения, сравнения. Материал подается не столько в развитии, сколько в форме констатации или описания. Язык реферата должен отличаться краткостью, точностью, простотой и ясностью.

В процессе подготовки и защиты реферата студент должен знать:



- правила работы с первоисточником;
- правила оформления документов.

уметь:

- обобщать и систематизировать факты, на их основе делать выводы;
- анализировать содержание изучаемой литературы: выделять главное в содержании; составлять тезисы и конспект; критически осмысливать разные точки зрения, определять к ним свое отношение.

В конспекте, составленном по правилам, сосредоточено самое главное, основное в изучаемой теме, разделе или произведении. В нем сосредоточено внимание на самом существенном, в кратких обобщенных формулировках приведены важнейшие теоретические положения.

### **Конспектирование:**

- способствует глубокому пониманию и прочному усвоению изучаемого материала;
- помогает выработке умений и навыков правильного, грамотного изложения в письменной форме теоретических и практических вопросов;
- формирует умения ясно излагать чужие мысли своими словами.

## **Самостоятельная работа № 1**

**Тема:** «Вычисление пределов функций с помощью правила Лопиталья».

**Цель:** закрепить навык вычисления пределов функций с помощью правила Лопиталья.

**Форма самостоятельной деятельности:** индивидуальное домашнее задание.

### **Теория.**

*Правило Лопиталья:* предел отношения двух бесконечно малых или двух бесконечно больших величин равен пределу отношения их производных (если последний предел существует).

Случаи нахождения предела:

1.  $\left[ \frac{0}{0} \right]$  – когда функция представляет отношение двух бесконечно малых величин;
2.  $\left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$  – когда функция представляет отношение двух бесконечно больших величин.

Согласно правилу Лопиталья в этих случаях можно заменить отношение величин отношением их производных. Если функции  $f_1(x)$  и  $f_2(x)$  одновременно стремятся к нулю или бесконечности при

$$x \rightarrow a \text{ или } x \rightarrow \infty, \quad \text{то} \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{f_1(x)}{f_2(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f_1'(x)}{f_2'(x)}$$

$$\text{или } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f_1(x)}{f_2(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f_1'(x)}{f_2'(x)}.$$

*Пример 1:* Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^3 + 5x^2 - 6x - 16}$ .

Решение:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^3 + 5x^2 - 6x - 16} &= \left[ \frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^4 - 16)'}{(x^3 + 5x^2 - 6x - 16)'} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^3}{3x^2 + 10x - 6} = \left| \frac{4 \cdot 2^3}{3 \cdot 2^2 + 10 \cdot 2 - 6} = \frac{32}{26} = \frac{16}{13} \right|. \end{aligned}$$

*Пример 2:* Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x}{\ln(1+x)}$ .

Решение:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x}{\ln(1+x)} &= \left[ \frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(7x)'}{(\ln(1+x))'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7}{\frac{1}{x+1}} = \lim_{x \rightarrow \infty} 7(x+1) = \\ &= |7 \cdot \infty| = \infty. \end{aligned}$$

*Пример 3:* Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2}{\sin x}$ .

Решение:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2}{\sin x} = \left[ \frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(5x^2)'}{\sin' x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{10x}{\cos x} = \left| \frac{10 \cdot 0}{\cos 0} = \frac{0}{1} = 0 \right| = 0.$$

*Пример 4:* Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$ .

Решение:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = \left[ \frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)'}{x'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = \left| \frac{1}{0} = \infty \right| = \infty$$

### Задания для самостоятельной работы.

1 вариант	2 вариант	3 вариант
<p>Вычислите предел функции с помощью правила Лопиталья:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x};</math></li> <li><math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 - 1};</math></li> <li><math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(2 + x)}{2x};</math></li> <li><math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 2x}{x}.</math></li> </ol>	<p>Вычислите предел функции с помощью правила Лопиталья:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x}{\ln(1 - x)};</math></li> <li><math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{8 - 2x^2}{x^2 + 4x - 12};</math></li> <li><math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\cos x};</math></li> <li><math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x}.</math></li> </ol>	<p>Вычислите предел функции с помощью правила Лопиталья:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\ln x};</math></li> <li><math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x};</math></li> <li><math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 1};</math></li> <li><math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4x - 20}{x^2 - 4}</math></li> </ol>
4 вариант	5 вариант	6 вариант
<p>Вычислите предел функции с помощью правила Лопиталья:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x};</math></li> <li><math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x^2 - 4}{x^2 - 1};</math></li> <li><math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x + 6)}{x - 3};</math></li> <li><math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 3}{2x}.</math></li> </ol>	<p>Вычислите предел функции с помощью правила Лопиталья:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2};</math></li> <li><math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x + 4}{3x^3 + x^2 - x + 5}</math></li> <li><math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - e^x}{3x};</math></li> <li><math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg} x}.</math></li> </ol>	<p>Вычислите предел функции с помощью правила Лопиталья:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - x - 15}{3x^2 - 8x - 3};</math></li> <li><math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 3x - 2}{2x^4 - x + 1};</math></li> <li><math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{\ln x};</math></li> <li><math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x^2}</math></li> </ol>

--	--	--

## Самостоятельная работа № 2

**Тема:** «Исследование функций с помощью производной и построение графиков».

**Цель:** познакомиться с применением производной к исследованию функций и построению графиков.

**Форма самостоятельной деятельности:** подготовить конспект по заданной теме.

### **Теория.**

Конспект – это наиболее совершенная форма записей. Это слово произошло от лат (conspectus), что означает обзор, изложение. В конспекте, составленном по правилам, сосредоточено самое главное, основное в изучаемой теме, разделе или произведении. В нем сосредоточено внимание на самом существенном, в кратких обобщенных формулировках приведены важнейшие теоретические положения.

### Конспектирование

- способствует глубокому пониманию и прочному усвоению изучаемого материала;
- помогает выработке умений и навыков правильного, грамотного изложения в письменной форме теоретических и практических вопросов;
- формирует умения ясно излагать чужие мысли своими словами.

### **Типы конспектов:**

- 1.Плановый.
- 2.Текстуальный.
- 3.Свободный.
- 4.Тематический.

### **Краткая характеристика типов конспектов:**

*1. Плановый конспект:* являясь сжатым, в форме плана, пересказом прочитанного, этот конспект – один из наиболее ценных, помогает лучше усвоить материал еще в процессе его изучения. Он учит последовательно и четко излагать свои мысли, работать над книгой, обобщая содержание ее в формулировках плана. Такой конспект краток, прост и ясен по своей форме. Это делает его незаменимым пособием при быстрой подготовке доклада, выступления. Недостаток: по прошествии времени с момента написания трудно восстановить в памяти содержание источника.

2. *Текстуальный конспект* – это конспект, созданный в основном из отрывков подлинника – цитат. Это прекрасный источник дословных высказываний автора и приводимых им фактов. Текстуальный конспект используется длительное время. Недостаток: не активизирует резко внимание и память.

3. *Свободный конспект* представляет собой сочетание выписок, цитат, иногда тезисов, часть его текста может быть снабжена планом. Это наиболее полноценный вид конспекта.

4. *Тематический конспект* дает более или менее исчерпывающий ответ на поставленный вопрос темы. Составление тематического конспекта учит работать над темой, всесторонне обдумывая ее, анализируя различные точки зрения на один и тот же вопрос. Таким образом, этот конспект облегчает работу над темой при условии использования нескольких источников.

#### 5. *Конспект-схема*

Удобно пользоваться схематичной записью прочитанного. Составление конспектов-схем служит не только для запоминания материала. Такая работа становится средством развития способности выделять самое главное, существенное в учебном материале, классифицировать информацию.

Наиболее распространенными являются схемы типа "генеалогическое дерево" и "паучок". В схеме "генеалогическое дерево" выделяют основные составляющие более сложного понятия, ключевые слова и т. п. и располагаются в последовательности "сверху - вниз" - от общего понятия к его частным составляющим.

В схеме "паучок" записывается название темы или вопроса и заключается в овал, который составляет "тело паучка". Затем нужно продумать, какие из входящих в тему понятий являются основными и записать их в схеме так, что они образуют "ножки паука". Для того чтобы усилить его устойчивость, нужно присоединить к каждой "ножке" ключевые слова или фразы, которые служат опорой для памяти.

Схемы могут быть простыми, в которых записываются самые основные понятия без объяснений. Такая схема используется, если материал не вызывает затруднений при воспроизведении. Действия при составлении конспекта - схемы могут быть такими:

1. Подберите факты для составления схемы.
2. Выделите среди них основные, общие понятия.
3. Определите ключевые слова, фразы, помогающие раскрыть суть основного понятия.

4. Сгруппируйте факты в логической последовательности.
5. Дайте название выделенным группам.
6. Заполните схему данными.

### **Алгоритм составления конспекта:**

- Определите цель составления конспекта.
- Читая изучаемый материал, подразделяйте его на основные смысловые части, выделяйте главные мысли, выводы.
- Если составляется план-конспект, сформулируйте его пункты и определите, что именно следует включить в план-конспект для раскрытия каждого из них.
- Наиболее существенные положения изучаемого материала (тезисы) последовательно и кратко излагайте своими словами или приводите в виде цитат.
- В конспект включаются не только основные положения, но и обосновывающие их выводы, конкретные факты и примеры (без подробного описания).
- Составляя конспект, можно отдельные слова и целые предложения писать сокращенно, выписывать только ключевые слова, вместо цитирования делать лишь ссылки на страницы конспектируемой работы, применять условные обозначения.
- Чтобы форма конспекта как можно более наглядно отражала его содержание, располагайте абзацы "ступеньками" подобно пунктам и подпунктам плана, применяйте разнообразные способы подчеркивания, используйте карандаши и ручки разного цвета.
- Используйте реферативный способ изложения (например: "Автор считает...", "раскрывает...").
- Собственные комментарии, вопросы, раздумья располагайте на полях.

### **Правила конспектирования:**

Для грамотного написания конспекта необходимо:

1. Записать название конспектируемого произведения (или его части) и его выходные данные.
2. Осмыслить основное содержание текста, дважды прочитав его.
3. Составить план - основу конспекта.
4. Конспектируя, оставить место (широкие поля) для дополнений, заметок, записи незнакомых терминов и имен, требующих разъяснений.
5. Помнить, что в конспекте отдельные фразы и даже отдельные слова имеют более важное значение, чем в подробном изложении.
6. Запись вести своими словами, это способствует лучшему осмыслению текста.

7. Применять определенную систему подчеркивания, сокращений, условных обозначений.
8. Соблюдать правила цитирования - цитату заключать в кавычки, давать ссылку на источник с указанием страницы.
9. Научитесь пользоваться цветом для выделения тех или иных информативных узлов в тексте. У каждого цвета должно быть строго однозначное, заранее предусмотренное назначение. Например, если вы пользуетесь синими чернилами для записи конспекта, то: красным цветом - подчеркивайте названия тем, пишите наиболее важные формулы; черным - подчеркивайте заголовки подтем, параграфов, и т.д.; зеленым - делайте выписки цитат, нумеруйте формулы и т.д. Для выделения большей части текста используется отчеркивание.
10. Учитесь классифицировать знания, т.е. распределять их по группам, параграфам, главам и т.д. Для распределения можно пользоваться буквенными обозначениями, русскими или латинскими, а также цифрами, а можно их совмещать.

**При конспектировании нужно пользоваться оформительскими средствами:**

1. Делать в тексте конспекта подчёркивания
2. На полях тетради отчёркивания "например, вертикальные"
3. Заключать основные понятия, законы, правила и т. п. в рамки.
4. Пользоваться при записи различными цветами.
5. Писать разными шрифтами.
6. Страницы тетради для конспектов можно пронумеровать и сделать оглавление.

### **Критерии оценки:**

- содержательность конспекта, соответствие плану, 3 балла;
- отражение основных положений, результатов работы автора, выводов, 5 баллов;
- ясность, лаконичность изложения мыслей студента, 3 балла;
- наличие схем, графическое выделение особо значимой информации, 1 балл;
- соответствие оформления требованиям, 1 балл;
- грамотность изложения, 1 балл;
- конспект сдан в срок, 1 балл.

Максимальное количество баллов: 15.

14-15 баллов соответствует оценке «5»

11-13 баллов – «4»

8-10 баллов – «3»

менее 8 баллов – «2»

### Самостоятельная работа № 3

**Тема:** «Применение дифференциала к приближенным вычислениям».

**Цель:** закрепить навык вычисления приближённого значения функции с помощью дифференциала.

**Форма самостоятельной деятельности:** индивидуальное домашнее задание.

#### Теория.

Приращение  $\Delta y$  функции  $y = f(x)$  представимо в виде:

$$\Delta y = f'(x) \cdot \Delta x + \alpha(\Delta x) \cdot \Delta x,$$

где функция  $\alpha(\Delta x)$  является бесконечно маленькой функцией при стремлении аргумента  $\Delta x$  к нулю.

Так как  $\Delta x = dx$ , то  $\Delta y = f'(x) \cdot \Delta x + \alpha(\Delta x) \cdot \Delta x = dy + \alpha(\Delta x) \cdot \Delta x$

В силу того, что второе слагаемое  $\alpha(\Delta x) \cdot \Delta x$  является бесконечно малым, то им можно пренебречь, а поэтому  $\Delta y \approx dy$

А так как в нахождении дифференциал значительно проще, чем приращение функции, то данная формула активно используется на практике.

Для приближенного вычисления значения функции применяется следующая формула:  $f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x$ .

*Пример 1.* Вычислить приближенно  $\arctg 1,02$ , заменяя приращение функции ее дифференциалом.

Решение:

- Рассмотрим функцию  $f(x) = \arctg x$ . Необходимо вычислить ее значение в точке  $x = 1,02$ .
- Для приближенного вычисления значения функции применяется следующая формула:  $f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x$ .
- Величину  $x$  представим в виде  $x = x_0 + \Delta x$ , т. е.  $x = 1,02 = 1 + 0,02$ , тогда  $x_0 = 1, \Delta x = 0,02$ .
- Вычислим значение функции  $f(x) = \arctg x$  в точке  $x_0 = 1$ :

$$f(x_0) = f(1) = \arctg 1 = \frac{\pi}{4}.$$

- Продифференцируем рассматриваемую функцию:

$$f'(x) = (\arctg x)' = \frac{1}{1+x^2}.$$



- Найдем значение  $f'(x_0)$  :  $f'(x_0) = f'(1) = \frac{1}{1+1^2} = \frac{1}{2}$ .
- Итак,  $\operatorname{arctg} 1,02 = f(1+0,02) \approx f(1) + f'(1) \cdot \Delta x = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cdot 0,02 =$   
 $= \frac{3,14}{4} + \frac{0,02}{2} = 0,785 + 0,01 = 0,795$ .

Ответ.  $\operatorname{arctg} 1,02 = 0,795$ .

*Пример 2.* С помощью дифференциала вычислить приближенно  $\sqrt[3]{27,5}$ .

Решение:

- Рассмотрим функцию  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ . Необходимо вычислить ее значение в точке  $x = 27,5$ .
- Для приближенного вычисления значения функции применяется следующая формула:  $f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x$ .
- Величину  $x$  представим в виде  $x = x_0 + \Delta x$ , т. е.  $x = 27,5 = 27 + 0,5$ , тогда  $x_0 = 27, \Delta x = 0,5$ .
- Вычислим значение функции  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  в точке  $x_0 = 27$  :

$$f(x_0) = \sqrt[3]{27} = 3.$$

- Продифференцируем рассматриваемую функцию:

$$f'(x) = (\sqrt[3]{x})' = (x^{\frac{1}{3}})' = \frac{1}{3} x^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

- Найдем значение  $f'(x_0)$  :  $f'(27) = \frac{1}{3\sqrt[3]{27^2}} = \frac{1}{3 \cdot 9} = \frac{1}{27}$ .

- Подставляя все в формулу, окончательно

$$\text{получим } \sqrt[3]{27,5} = f(27 + 0,5) \approx f(27) + f'(27) \cdot \Delta x = 3 + \frac{1}{27} \cdot 0,5 = 3,0185$$

Ответ.  $\sqrt[3]{27,5} = 3,0185$

*Пример 3.* С помощью дифференциала вычислить приближенно  $e^{2,01}$ .

Решение:

- Рассмотрим функцию  $f(x) = e^x$ . Необходимо вычислить ее значение в точке  $x = 2,01$ .

- Для приближенного вычисления значения функции применяется следующая формула:  $f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x$ .
- Величину  $x$  представим в виде  $x = x_0 + \Delta x$ , т. е.  $x = 2,01 = 2 + 0,01$ , тогда  $x_0 = 2, \Delta x = 0,01$ .
- Вычислим значение функции  $f(x) = e^x$  в точке  $x_0 = 2$ :  
 $f(x_0) = e^2 \approx 7,389$ .
- Продифференцируем рассматриваемую функцию:  
 $f'(x) = (e^x)' = e^x$ .
- Найдем значение  $f'(x_0)$ :  $f'(x_0) = f'(2) = e^2 \approx 7,389$ .
- Подставляя все в формулу, окончательно получим:  
 $e^{2,01} = f(2 + 0,01) \approx f(2) + f'(2) \cdot \Delta x = 7,389 + 7,389 \cdot 0,01 \approx 7,463$

Ответ.  $e^{2,01} \approx 7,463$

*Пример 4.* С помощью дифференциала вычислить приближенно  $2^{3,1}$ .  
Решение:

- Рассмотрим функцию  $f(x) = 2^x$ . Необходимо вычислить ее значение в точке  $x = 3,1$ .
- Для приближенного вычисления значения функции применяется следующая формула:  $f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x$ .
- Величину  $x$  представим в виде  $x = x_0 + \Delta x$ , т. е.  $x = 3,1 = 3 + 0,1$ , тогда  $x_0 = 3, \Delta x = 0,1$ .
- Вычислим значение функции  $f(x) = 2^x$  в точке  $x_0 = 3$ :  
 $f(x_0) = 2^3 \approx 8$ .
- Продифференцируем рассматриваемую функцию:  
 $f'(x) = (2^x)' = 2^x \ln 2$ .
- Найдем значение  $f'(x_0)$ :  $f'(x_0) = f'(3) = 2^3 \ln 2 \approx 8 \cdot 0,693 \approx 5,544$ .
- Подставляя все в формулу, окончательно получим:  $2^{3,1} = f(3 + 0,1) \approx f(3) + f'(3) \cdot \Delta x = 8 + 5,544 \cdot 0,1 \approx 8,554$

Ответ.  $2^{3,1} \approx 8,554$

*Пример 5.* С помощью дифференциала вычислить приближенно  $\sin 31^\circ$ .  
Решение:

- Рассмотрим функцию  $f(x) = \sin x$ . Необходимо вычислить ее значение в точке  $x = 31^\circ$ .
- Для приближенного вычисления значения функции применяется следующая формула:  $f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x$ .
- Величину  $x$  представим в виде  $x = x_0 + \Delta x$ , т. е.  $x = 31^\circ = 30^\circ + 1^\circ$ , тогда  $x_0 = 30^\circ, \Delta x = 1^\circ$ .
- Переведем градусы в радианы:  $x_0 = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$ ,

$$\Delta x = 1^\circ = 1^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{3,14}{180} \approx 0,017$$

- Вычислим значение функции  $f(x) = \sin x$  в точке  $x_0 = 30^\circ$ :

$$f(x_0) = f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$$

- Продифференцируем рассматриваемую функцию:

$$f'(x) = (\sin x)' = \cos x.$$

- Найдем значение  $f'(x_0)$ :

$$f'(x_0) = f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx \frac{1,732}{2} = 0,866$$

- Подставляя все в формулу, окончательно получим:

$$\sin 31^\circ = f(30^\circ + 1^\circ) \approx f\left(\frac{\pi}{6}\right) + f'\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \Delta x = \frac{1}{2} + 0,866 \cdot 0,017 \approx 0,515$$

Ответ.  $\sin 31^\circ \approx 0,515$

### Задания для самостоятельной работы.

1 вариант	2 вариант	3 вариант
С помощью дифференциала вычислить приближенно:	С помощью дифференциала вычислить приближенно:	С помощью дифференциала вычислить приближенно:
1. $\cos 32^\circ$ ; 2. $3^{2,05}$ ;	1. $\sin 63^\circ$ ; 2. $2^{4,6}$ ;	1. $\operatorname{tg} 67^\circ$ ; 2. $3^{4,5}$ ;

3. $\sqrt[4]{16,02}$ ; 4. $\arctg 1,35$ .	3. $\sqrt[3]{64,07}$ ; 4. $\text{arcctg } 1,27$ .	3. $\sqrt{25,13}$ ; 4. $\arccos 0,43$ .
<b>4 вариант</b>	<b>5 вариант</b>	<b>6 вариант</b>
С помощью дифференциала вычислить приближенно: 1. $\text{ctg} 33^\circ$ ; 2. $2^{5,12}$ ; 3. $\sqrt[3]{8,07}$ ; 4. $\arcsin 0,54$ .	С помощью дифференциала вычислить приближенно: 1. $\cos 64^\circ$ ; 2. $4^{2,13}$ ; 3. $\sqrt[4]{81,15}$ ; 4. $\arctg 1,02$	С помощью дифференциала вычислить приближенно: 1. $\sin 37^\circ$ ; 2. $5^{2,34}$ ; 3. $\sqrt{121,42}$ ; 4. $\text{arcctg } 1,54$

#### Самостоятельная работа № 4

**Тема:** «Применение определённого интеграла для решения физических задач».

**Цель:** научиться применять определённый интеграл для решения физических задач.

**Форма самостоятельной деятельности:** индивидуальное домашнее задание.

**Теория.**

1. Вычисление пути, пройденного точкой.

Путь, пройденный точкой при неравномерном движении по прямой с переменной скоростью  $v = f(t) \geq 0$  промежутков времени от  $t_1$  до  $t_2$ , вычисляется по формуле

$$s = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad \dots\dots (1)$$

*Пример 1.* Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 3t^2 + 2t + 1$  м/с. Найти путь, пройденный точкой за 10 с от начала движения.

Решение: Согласно условию  $v = f(t) = 3t^2 + 2t + 1$ ,  $t_1 = 0$ ,  $t_2 = 10$ .

По формуле (1) находим:

$$s = \int_0^{10} (3t^2 + 2t + 1)dt = \left( 3 \cdot \frac{t^3}{3} + 2 \cdot \frac{t^2}{2} + t \right) \Big|_0^{10} = (t^3 + t^2 + t) \Big|_0^{10} =$$

$$(10^3 + 10^2 + 10) - (0^3 + 0^2 + 0) = 1000 + 100 + 10 - 0 = 1110 \text{ (м)}$$

Ответ:  $s = 1110 \text{ м}$ .

*Пример 2.* Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 9t^2 - 8t$  м/с. Найти путь, пройденный точкой за 4-ую секунду.

Решение: Согласно условию  $v = f(t) = 9t^2 - 8t$ ,  $t_1 = 3$ ,  $t_2 = 4$

Следовательно:

$$s = \int_3^4 (9t^2 - 8t)dt = \left( 9 \cdot \frac{t^3}{3} - 8 \cdot \frac{t^2}{2} \right) \Big|_3^4 = (3t^3 - 4t^2) \Big|_3^4 = (3 \cdot 4^3 - 4 \cdot 4^2) -$$

$$-(3 \cdot 3^3 - 4 \cdot 3^2) = (192 - 64) - (81 - 36) = 128 - 45 = 83 \text{ (м)}$$

Ответ:  $s = 83 \text{ м}$ .

*Пример 3.* Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 12t - 3t^2$  м/с. Найти путь, пройденный точкой от начала движения до её остановки.

Решение:

- Скорость точки равна 0 в момент начала движения и в момент остановки.
- Определим, в какой момент времени точка остановится, для этого решим уравнение:  $12t - 3t^2 = 0$

$$t \cdot (12 - 3t) = 0$$

$$t = 0 \quad 12 - 3t = 0$$

$$3t = 12$$

$$t = 4$$

То есть  $t_1 = 0$ ,  $t_2 = 4$ .

- По формуле (1) находим:

$$s = \int_0^4 (12t - 3t^2)dt = \left( 12 \cdot \frac{t^2}{2} - 3 \cdot \frac{t^3}{3} \right) \Big|_0^4 = (6t^2 - t^3) \Big|_0^4 = (6 \cdot 4^2 - 4^3) -$$

$$-(6 \cdot 0^2 - 0^3) = (6 \cdot 16 - 64) - 0 = 96 - 64 = 32 \text{ (м)}$$

Ответ:  $s = 32 \text{ м}$ .

## 2. Вычисление работы силы.

Работа, произведённая переменной силой  $f(x)$  при перемещении по оси  $Ox$  материальной точки от  $x = a$  до  $x = b$ , находится по формуле:

$$A = \int_a^b f(x) dx \quad \dots\dots (2)$$

При решении задач на вычисление работы силы часто используется закон Гука:  $F = kx \quad \dots\dots(3)$ , где

$F$  - сила ( $H$ );

$x$  – абсолютное удлинение (сжатие) пружины, вызванное силой  $F$  ( $м$ );

$k$  - коэффициент пропорциональности ( $H/м$ ).

*Пример 4.* Вычислить работу силы  $F$  при сжатии пружины на  $0,04 \text{ м}$ , если для сжатия её на  $0,01 \text{ м}$  нужна сила  $10 \text{ Н}$ .

Решение:

- Так как  $x = 0,01 \text{ м}$  при силе  $F = 10 \text{ Н}$ , то, подставляя эти значения в равенство (3):  $F = kx$ , получим:

$$10 = 0,01 \cdot k$$

$$k = 10 : 0,01$$

$$k = 1000 \text{ Н / м}$$

- Подставив теперь в это же равенство найденное значение  $k = 1000 \text{ Н / м}$ , находим  $F = 1000x$ , т.е.  $f(x) = 1000x$ .

- Искомую работу найдём по формуле (2):  $A = \int_a^b f(x) dx$

$$A = \int_0^{0,04} 1000x dx = 1000 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^{0,04} = 500x^2 \Big|_0^{0,04} = 500 \cdot 0,04^2 = 0,8 \text{ Дж.}$$

Ответ:  $A = 0,8 \text{ Дж}$ .

*Пример 5.* Пружина в спокойном состоянии имеет длину  $0,2 \text{ м}$ . Сила в  $50 \text{ Н}$  растягивает пружину на  $0,01 \text{ м}$ . Какую работу надо совершить, чтобы растянуть пружину от  $0,22 \text{ м}$  до  $0,32 \text{ м}$ ?

Решение:

- Так как  $x = 0,01$  при силе  $F = 50 \text{ Н}$ , то, подставляя эти значения в равенство (3):  $F = kx$ , получим:

$$50 = 0,01 \cdot k$$

$$k = 50 : 0,01$$

$$k = 5000 \text{ Н / м}$$

- Подставив теперь в это же равенство найденное значение  $k = 5000 \text{ Н/м}$ , находим  $F = 5000x$ , т.е.  $f(x) = 5000x$ .
- Находим пределы интегрирования:  $a = 0,22 - 0,2 = 0,02 \text{ м}$ ,  
 $b = 0,32 - 0,2 = 0,12 \text{ м}$ .

- Искомую работу найдём по формуле (2):  $A = \int_a^b f(x)dx$

$$A = \int_{0,02}^{0,12} 5000x dx = 5000 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_{0,02}^{0,12} = 2500x^2 \Big|_{0,02}^{0,12} = 2500 \cdot (0,12^2 - 0,02^2) =$$

$$= 2500 \cdot (0,0144 - 0,0004) = 2500 \cdot 0,014 = 35 \text{ (Дж)}$$

Ответ:  $A = 35 \text{ Дж}$ .

*Пример 6.* При сжатии пружины на  $0,05 \text{ м}$  затрачивается работа  $25 \text{ Дж}$ . Какую работу необходимо совершить, чтобы сжать пружину на  $0,1 \text{ м}$ ?

Решение:

- Зная величину сжатия пружины  $0,05 \text{ м}$  и произведённую при этом работу  $25 \text{ Дж}$ , воспользуемся формулой (2):

$$25 = \int_0^{0,05} kx dx = k \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^{0,05} = k \cdot \left( \frac{0,05^2}{2} - \frac{0^2}{2} \right) = 0,00125k .$$

- Вычислим значение  $k$ :  $25 = 0,00125k$   
 $k = 25 : 0,00125$   
 $k = 20000 \text{ Н/м}$

- Теперь по этой же формуле (2) находим необходимую работу:

$$A = \int_0^{0,1} 20000x dx = 20000 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^{0,1} = 20000 \cdot \left( \frac{0,1^2}{2} - \frac{0^2}{2} \right) = 20000 \cdot \frac{0,01}{2} =$$

$$20000 \cdot 0,005 = 100 \text{ Дж}$$

Ответ:  $A = 100 \text{ Дж}$ .

*Пример 7.* Для растяжения пружины на  $0,04 \text{ м}$  необходимо совершить работу  $20 \text{ Дж}$ . На какую длину можно растянуть пружину, совершив работу  $80 \text{ Дж}$ ?

Решение:

- Зная величину растяжения пружины  $0,04$  м и произведённую при этом работу  $20$  Дж, воспользуемся формулой (2):

$$20 = \int_0^{0,04} kx dx = k \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^{0,04} = k \cdot \left( \frac{0,04^2}{2} - \frac{0^2}{2} \right) = 0,0008k .$$

- Вычислим значение  $k$ :  $20 = 0,0008k$

$$k = 20 : 0,0008$$

$$k = 25000 \text{ Н/м}$$

- Пусть  $x_1$  – величина растяжения пружины, соответствующая произведённой при этом работе в  $80$  Дж. Тогда:

$$80 = \int_0^{x_1} 25000x dx = 25000 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^{x_1} = 25000 \cdot \left( \frac{x_1^2}{2} - \frac{0^2}{2} \right) = 12500x_1^2 .$$

- Решим полученное уравнение:  $80 = 12500x_1^2$

$$x_1^2 = 80 : 12500$$

$$x_1^2 = 16 : 2500$$

$$x_1^2 = 0,0064$$

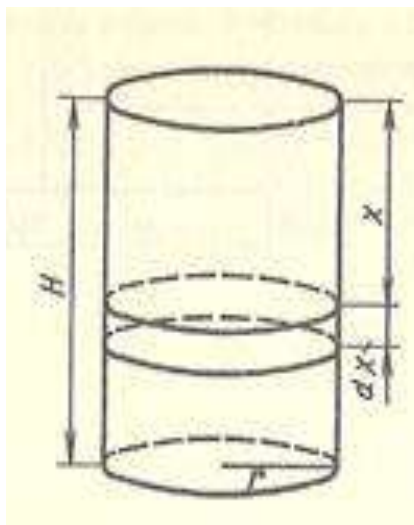
$$x_1 = 0,08 \text{ м}$$

**Ответ:**  $x_1 = 0,08$  м.

### 3. Вычисление работы, производимой при поднятии груза.

**Пример 8.** Цилиндрическая цистерна с радиусом основания  $0,5$  м и высотой  $2$  м заполнена водой. Вычислить работу, которую необходимо произвести, чтобы выкачать воду из цистерны.

Решение:



- Выделим на глубине  $x$  горизонтальный слой  $dx$ . Работа  $A$ , которую надо произвести, чтобы поднять слой воды весом  $P$  на высоту  $x$ , равна  $Px$ .

- Изменение глубины  $x$  на малую величину  $dx$  вызовет изменение объёма  $V$  на величину  $dV = \pi \cdot r^2 dx$  и изменение веса  $P$  на величину  $dP = 9807\pi \cdot r^2 dx$ .

- При этом совершаемая работа  $A$  изменится на величину  $dA = dP \cdot dx = 9807\pi \cdot r^2 x dx$



- Проинтегрируем это равенство при изменении  $x$  от 0 до  $H$ , получим:

$$A = \int_0^2 9807\pi \cdot r^2 x dx = \int_0^2 9807\pi \cdot 0,5^2 x dx = \int_0^2 2451,75\pi x dx = 2451,75\pi \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^2 =$$

$$= 2451,75\pi \cdot \frac{2^2}{2} = 4903,5\pi \text{ Дж}$$

**Ответ:**  $A = 4903,5\pi \text{ Дж}$ .

### Задания для самостоятельной работы.

#### 1 вариант.

1. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 6t^2 + 4 \text{ м/с}$ . Найти путь, пройденный точкой за 5 с от начала движения.
2. Вычислить работу силы  $F$  при сжатии пружины на 0,12 м, если для сжатия её на 0,02 м нужна сила 60 Н.
3. Цилиндрическая цистерна с радиусом основания 2,5 м и высотой 12 м заполнена водой. Вычислить работу, которую необходимо произвести, чтобы выкачать воду из цистерны.

#### 2 вариант.

1. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 9t^2 - 4t \text{ м/с}$ . Найти путь, пройденный точкой за 2-ую секунду.
2. Пружина в спокойном состоянии имеет длину 0,15 м. Сила в 80 Н растягивает пружину на 0,02 м. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть пружину до 0,2 м?
3. Цилиндрическая цистерна с радиусом основания 1 м и высотой 8 м заполнена водой. Вычислить работу, которую необходимо произвести, чтобы выкачать воду из цистерны.

#### 3 вариант.

1. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 18t - 3t^2 \text{ м/с}$ . Найти путь, пройденный точкой от начала движения до её остановки.

2. Пружина в спокойном состоянии имеет длину  $0,1$  м. Сила в  $20$  Н растягивает пружину на  $0,01$  м. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть пружину от  $0,12$  м до  $0,14$  м?
3. Цилиндрическая цистерна с радиусом основания  $1,2$  м и высотой  $4$  м заполнена водой. Вычислить работу, которую необходимо произвести, чтобы выкачать воду из цистерны.

#### 4 вариант.

1. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 24t - 6t^2$  м/с. Найти путь, пройденный точкой за  $3$  с от начала движения.
2. При сжатии пружины на  $0,05$  м затрачивается работа  $30$  Дж. Какую работу необходимо совершить, чтобы сжать пружину на  $0,08$  м?
3. Цилиндрическая цистерна с радиусом основания  $2,2$  м и высотой  $5$  м заполнена водой. Вычислить работу, которую необходимо произвести, чтобы выкачать воду из цистерны.

#### 5 вариант.

1. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 24t - 6t^2$  м/с. Найти путь, пройденный точкой за  $3$  с от начала движения.
2. Для сжатия пружины на  $0,02$  м необходимо совершить работу  $16$  Дж. На какую длину можно сжать пружину, совершив работу  $100$  Дж?
3. Цилиндрическая цистерна с радиусом основания  $5$  м и высотой  $9$  м заполнена водой. Вычислить работу, которую необходимо произвести, чтобы выкачать воду из цистерны.

#### 6 вариант.

1. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 24t - 6t^2$  м/с. Найти путь, пройденный точкой от начала движения до её остановки.
2. Пружина в спокойном состоянии имеет длину  $0,12$  м. Сила в  $60$  Н растягивает пружину на  $0,02$  м. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть пружину от  $0,04$  м до  $0,06$  м?
3. Цилиндрическая цистерна с радиусом основания  $1,5$  м и высотой  $4$  м заполнена водой. Вычислить работу, которую необходимо произвести, чтобы выкачать воду из цистерны.

### Критерии оценки самостоятельной работы.

Ответ оценивается отметкой «5», если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится в следующих случаях:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущены одна ошибка или есть два – три недочёта в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работ не являлись специальным объектом проверки).

Отметка «3» ставится, если:

- допущено более одной ошибки или более двух – трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

### **Самостоятельная работа № 5.**

**Тема:** «Формула Бернулли».

**Цель:** познакомиться с формулой Бернулли, рассмотреть применение Формулы Бернулли для расчёта вероятности события.

**Форма самостоятельной деятельности:** подготовить конспект по заданной теме.

### **Самостоятельная работа № 6**

**Тема:** «Математическая статистика как раздел математики».

**Цель:** познакомиться с понятием *математическая статистика*, разделами математической статистики и её видами.

**Форма самостоятельной деятельности:** подготовить реферат по заданной теме.

## **Теория.**

### Порядок работы над рефератом

1. Формулировка темы, которая должна кратко выразить его суть.
2. Изучение литературы по теме.
3. Составление сложного развернутого плана, в котором найдут отражение исследуемые проблемы и последовательность их рассмотрения.
4. Написание чернового варианта реферата, который представляется на консультацию преподавателю.
5. Оформление чистового варианта реферата, подготовка к защите.
6. Защита реферата. Рекомендации к защите:
  - обоснование актуальности темы и личного интереса к ней;
  - цели и задачи исследования;
  - характеристика источников литературы;
  - результаты проведенных исследований;
  - выводы.

### Структура реферата

1. Титульный лист (см. Приложение 1)
2. Оглавление (план, содержание), в котором указаны названия всех разделов (пунктов плана) реферата и номера страниц, указывающие начало этих разделов в тексте реферата (см. Приложение 2).
3. Введение. Объем введения составляет 1,5-2 страницы.
4. Основная часть. Основная часть может иметь одну или несколько глав, состоящих из 2-3 параграфов (подпунктов, разделов) и предполагает осмысленное и логичное изложение главных положений и идей, содержащихся в изученной литературе. В тексте обязательны ссылки на первоисточники. В том случае, если цитируется или используется чья-либо неординарная мысль, идея, вывод, приводится какой-либо цифровой материал, таблица - обязательно сделайте ссылку на того автора у кого вы взяли данный материал.
5. Заключение. Содержит главные выводы, и итоги из текста основной части, в нем отмечается, как выполнены задачи и достигнуты ли цели, сформулированные во введении.
6. Приложение. Может включать графики, таблицы, расчеты.
7. Библиография (список литературы). Здесь указывается реально использованная для написания реферата литература. Если при написании реферата были использованы источники из Интрнета, то следует указать ссылку на сайт с источником информации и дату просмотра этого сайта. Список составляется согласно правилам библиографического описания (см. Приложение 3).

### Этапы работы над рефератом

1. Подбор необходимого материала, определяющего содержание реферата.
2. Составление плана реферата, распределение собранного материала в необходимой логической последовательности.
3. Общее знакомство с литературой и выделение среди источников главного.
4. Уточнение плана, отбор материала к каждому пункту плана.
5. Оформление реферата.
6. Сдача реферата в установленные сроки.
7. Защита реферата.

Для написания реферата используется научный стиль речи. В научном стиле легко ощутимый интеллектуальный фон речи создают следующие конструкции:

Предметом дальнейшего рассмотрения является...

Остановимся прежде на анализе последней.

Эта деятельность может быть определена как...

С другой стороны, следует подчеркнуть, что...

Это утверждение одновременно предполагает и то, что...

При этом ... должно (может) рассматриваться как ...

Рассматриваемая форма...

Ясно, что...

Из вышеприведенного анализа... со всей очевидностью следует...

Довод не снимает его вопроса, а только переводит его решение...

Логика рассуждения приводит к следующему...

Как хорошо известно...

Следует отметить...

Таким образом, можно с достаточной определенностью сказать, что ...

Опускаются малоинформативные части сложного предложения, в сложном предложении упрощаются союзы. Например:

Неупотребимая форма	Употребимая форма
<b><i>Не следует писать</i></b> Мы видим, таким образом, что в целом ряде случаев... Имеющиеся данные показывают, что... Для того чтобы Сближаются между собой Из таблицы 1 ясно, что... Представляет собой	<b><i>Следует писать</i></b> Таким образом, в ряде случаев... По имеющимся данным Чтобы Сближаются Согласно таблице 1. Представляет

### План реферата

*Введение* - начальная часть текста. Во введении выявляется практическое и теоретическое значение данного исследования. Далее констатируется, что сделано в данной области предшественниками; перечисляются положения, которые должны быть обоснованы. Введение может также содержать обзор источников или экспериментальных данных, уточнение исходных понятий и терминов, сведения о методах исследования. Во введении обязательно формулируются цель и задачи реферата. Объем введения - в среднем около 10% от общего объема реферата.

*Основная часть* реферата раскрывает содержание темы. Она наиболее значительна по объему, наиболее значима и ответственна. В ней обосновываются основные тезисы реферата, приводятся развернутые аргументы, предполагаются гипотезы, касающиеся существа обсуждаемого вопроса. Важно проследить, чтобы основная часть не имела форму монолога. Аргументируя собственную позицию, можно анализировать и оценивать позиции различных исследователей, с чем-то соглашаться, чему-то возражать, кого-то опровергать. Изложение материала основной части подчиняется собственному плану, что отражается в разделении текста на главы, параграфы, пункты.

*Заключение* — последняя часть текста. В ней краткой и сжатой форме излагаются полученные результаты, представляющие собой ответ на главный вопрос исследования. Здесь же могут намечаться и дальнейшие перспективы развития темы. Небольшое по объему сообщение также не может обойтись без заключительной части - пусть это будут две-три фразы. Но в них должен подводиться итог проделанной работы.

#### *Список литературы и других источников информации*

Названия книг в списке располагают по алфавиту с указанием выходных данных использованных книг. Список использованной литературы и других источников составляется в следующей последовательности:

1. Законы, постановления правительства.
2. Нормативные акты, инструктивные материалы, официальные справочники.
3. Специальная литература.
4. Периодические издания.

При составлении списка использованной литературы указываются все реквизиты книги: фамилия и инициалы автора, название книги, место издания, название издательства и количество страниц. Для статей, опубликованных в периодической печати, следует указывать

наименование издания, номер, год, а также занимаемые страницы (от и до). Литературные источники должны быть расположены в алфавитном порядке по фамилиям авторов, в случае, если количество авторов более трех - по названию книги, остальные материалы в хронологическом порядке. Сначала должны быть указаны источники на русском языке, затем на иностранном. Если источником информации является сайт в Интернете, то нужно указать полную ссылку на этот сайт.

### Оформление реферата

1. Титульный лист.

2. Оглавление.

3. Введение (дается постановка вопроса, объясняется выбор темы, её значимость и актуальность, указываются цель и задачи реферата, даётся характеристика используемой литературы).

4. Основная часть (состоит из глав и подглав, которые раскрывают отдельную проблему или одну из её сторон и логически являются продолжением друг друга).

5. Заключение (подводятся итоги и даются обобщённые основные выводы по теме реферата, делаются рекомендации).

6. Список литературы.

В списке литературы должно быть не менее 8–10 различных источников. Допускается включение таблиц, графиков, схем, как в основном тексте, так и в качестве приложений.

Работа представляется в отдельной папке.

Реферат, доклад выполняется на стандартных страницах белой бумаги формата А-4 (левое - 30 мм, правое - 15 мм, верхнее и нижнее – 20мм). Текст печатается обычным шрифтом Times New Roman (размер шрифта – 14 кегель).

Заголовки – полужирным шрифтом Times New Roman (размер шрифта – 16 кегель).

Интервал между строками – полуторный.

Текст оформляется на одной стороне листа. Формулы, схемы, графики вписываются черной пастой (тушью), либо выполняются на компьютере. Заголовки глав и разделов следует записывать с абзаца с прописными буквами без точки в конце, не подчеркивая. Заголовки подразделов записываются с прописной буквы. Если заголовков состоит из двух предложений, их разделяют точкой.

### Критерии оценки реферата

1. Соответствие теме;

2. Глубина проработки материала;

3. Правильность и полнота использования источников;

4. Владение терминологией и культурой речи;
5. Оформление реферата.
6. Оценка выставляется после защиты реферата.
7. Защита реферата: владение содержанием темы, полнота и логичность выступления, умение отстаивать свою точку зрения. Время защиты 5-10 минут.

Приложение 1  
Оформление титульного листа

ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ ВОЛОГОДСКОЙ ОБЛАСТИ  
БПОУ ВО «ВОЛОГОДСКИЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ»

## РЕФЕРАТ

Тема: \_\_\_\_\_

Дисциплина \_\_\_\_\_



Специальность (профессия) \_\_\_\_\_

Выполнил (а): Ф.И.О. студента (ки),  
Курс, группа,  
Руководитель:  
Оценка:

Город, год

Приложение 2  
Оформление содержания

Введение .....	№ стр
Глава 1. Название главы. ....	№ стр
1. Название подпункта сложного плана .....	№ стр
2. ....	№ стр
3. ....	№ стр
Глава 2. Название главы.....	№ стр
1. ....	№ стр
2. ....	№ стр
Заключение.....	№ стр
Использованная литература.....	№ стр
Приложения (таблицы, схемы, карты, иллюстрации, диаграммы, графики).....	№ стр

### **Самостоятельная работа № 7**

**Тема:** «Вычисление кратчайшего расстояния с помощью графов».

**Цель:** рассмотреть использование теории графов для нахождения кратчайшего расстояния между объектами.

**Форма самостоятельной деятельности:** подготовить реферат по заданной теме.

### **Самостоятельная работа № 8**

**Тема:** «Решение систем линейных уравнений методом Гаусса».

**Цель:** научиться решать системы линейных уравнений методом Гаусса.

**Форма самостоятельной деятельности:** индивидуальное домашнее задание.

#### **Теория.**

Метод Гаусса представляет собой специальный алгоритм последовательного исключения неизвестных из уравнений системы. В этом алгоритме обычно различают два этапа:

Первый этап называется *прямой ход*,

## Второй этап – обратный ход.

Цель прямого хода метода Гаусса заключается в приведение матрицы системы к *треугольному* виду, когда в результате некоторых элементарных преобразований уравнений системы на главной диагонали матрицы системы будут располагаться ненулевые элементы, а все элементы ниже главной диагонали будут равны нулю. В результате наших преобразований должна получаться система, равносильная исходной системе линейных уравнений. Преобразования, которые позволяют свести исходную систему к треугольной, сохраняя равносильность, называются *элементарными*. Что будем понимать под элементарными преобразованиями? Или, говоря простым языком, что можно делать с уравнениями, входящими в систему, чтобы сохранить множество решений системы и не получить лишних корней?

Определение. *Элементарными преобразованиями* уравнений системы называют следующие преобразования:

- 1) перестановка местами двух любых уравнений;
- 2) умножение обеих частей какого-либо уравнения на любое число, не равное нулю;
- 3) прибавление к обеим частям одного из уравнений соответствующих частей любого другого уравнения;
- 4) перестановка (перенумерация) неизвестных системы.

Примем без доказательства, что все перечисленные преобразования приводят к системам, которые равносильны (эквивалентны) исходной системе линейных уравнений.

Удобно в методе Гаусса работать не с самой системой линейных уравнений, а с основой системы – *расширенной матрицей*. Эту матрицу обозначают символом

$\bar{A} = (A | B)$ , и она содержит две части – матрицу  $A$  системы и столбец  $B$  свободных членов.

Элементарным преобразованиям системы соответствуют следующие элементарные преобразования расширенной матрицы:

- 1) умножение произвольной строки на любое число, отличное от нуля;
- 2) прибавление к произвольной строке матрицы любой другой строки матрицы;
- 3) перестановка местами любых двух строк;
- 4) перестановка местами любых двух столбцов матрицы  $A$  системы.

Пример 1. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 1 \\ 3x - y + 2z = 1 \\ 4x - y + 5z = -3 \end{cases}$$

Расширенная матрица системы будет иметь вид:

$$\bar{A} = (A | B) = \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \end{array} \right)$$

Выполним **прямой ход** метода Гаусса.

Процесс приведения матрицы системы к треугольному виду состоит из нескольких шагов:

Первый шаг.

Надо элемент  $a_{11}$  сделать равным единице. Так как мы имеем право переставлять строки, умножать на число какую-либо строку и складывать ее с любой другой строкой, то вычтем из второй строки первую и поставим результат на место первой строки, соответственно первая строка станет второй, а третья останется на своем месте.

Получим:

$$\bar{A} = \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \end{array} \right)$$

Важно то, что между двумя матрицами нет знака равенства, – его заменяет следующий символ  $\sim$  эквивалентности двух систем (матрицы разные, а соответствующие им системы уравнений имеют одинаковые решения).

Второй шаг.

Необходимо сделать, чтобы равнялись нулю все элементы 1-го столбца, матрицы  $A$ , расположенные ниже элемента  $a_{11}$ .

Для этого надо ко второй строке прибавить первую строку, умноженную на  $-2$ . Аналогично, прибавить к третьей строке первую, умноженную на  $-4$ .

Получим:  $\bar{A} = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 2 & 1 \\ 0 & 7 & 5 & -3 \end{array} \right)$

Третий шаг.

На третьем шаге получим нулевой элемент во втором столбце ниже элемента  $a_{22}$ . Для этого вторую строку последней матрицы умножим на  $-7$ , а третью строку на  $5$  и прибавим вторую строку к третьей:

$$A = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 2 & 1 \\ 0 & 7 & 5 & -3 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 11 & -22 \end{array} \right)$$

Ваше решение должно выглядеть так:

$$\bar{A} = \left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 2 & 1 \\ 0 & 7 & 5 & -3 \end{array} \right) =$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 11 & -22 \end{array} \right)$$

Прямой ход выполнен, в результате мы получили *треугольную* матрицу (\*)

Теперь выполним **обратный ход**, для чего перейдем от матричной записи к соответствующей системе уравнений:

$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 5y + 2z = 1 \\ 11z = -22 \end{cases}$$

Из названия хода (обратный), понятно, что надо начинать с последнего уравнения, т.к. в нем содержится одна неизвестная  $z$ . Находим:

$z = -2$ , теперь подставим значение  $z$  во второе уравнение, получим:

$$y = \frac{1}{5}(1 - 2z) = \frac{1}{5}(1 - 2 \cdot (-2)) = 1,$$

Далее подставим значения  $y = 1$  в первое уравнение:

$$x = 2y = 2 \cdot 1 = 2$$

Система имеет единственное решение (2;1;-2).

Ответ: (2;1;-2).

Метод Гаусса – творческий метод. В этом его большое преимущество перед другими методами, т.к. указанное решение не является единственно возможным. И чем гибче мыслит человек, тем короче получается у него решение.

Пример 2. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 2x + y - z = 6 \\ x - 4y + 7z = 8 \end{cases}$$

Решение:

$$\bar{A} = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & -1 & 6 \\ 1 & -1 & 7 & 8 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & -5 & -4 \\ 0 & -3 & 5 & -3 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & -5 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right)$$

Получили несовместную систему, так как из последней строки расширенной матрицы получаем уравнение:  $0 \cdot x + 0 \cdot y + 0 \cdot z = -1$  которое не имеет решения.

### Задания для самостоятельной работы.

#### 1 вариант.

Решите систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$1. \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - 3y + 2z = 9 \\ 5x + 8y - z = 7 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2 \\ x + y - 2z = 1 \end{cases}$$

#### 2 вариант.

Решите систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$1. \begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + 3y + 4z = 6 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - 3y + 2z = 2 \\ 3x + y + z = 8 \end{cases}$$

#### 3 вариант.

Решите систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$1. \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 3x + 2y + z = 5 \\ 4x - y + 5z = 3 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + y - z = -2 \\ 4x - 3y + z = 1 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}$$

#### 4 вариант.

Решите систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$1. \begin{cases} x + 2y + 3z = 14 \\ 5x - y - z = 0 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + y + 2z = -1 \\ 2x - y + 2z = -4 \\ 4x + y + 4z = -2 \end{cases}$$

#### 5 вариант.

Решите систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$1. \begin{cases} 2x + y + 3z = 11 \\ 3x + 2y + z = 5 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 8x + 3y - 6z = 2 \\ 4x + y - 3z = 3 \end{cases}$$

#### 6 вариант.

Решите систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$1. \begin{cases} 3x + 2y - 5z = -1 \\ 2x - y + 3z = 13 \\ x + 2y - z = 9 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - y + 2z = 6 \\ x + y + 5z = -1 \end{cases}$$